第17卷第1期 数学教育学报 Vol.17, No.1
2008年2月 JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION Feb., 2008

傅种孙——中国现代数学教育的先驱

张英伯

（北京师范大学 数学科学学院，北京 100875）

摘要：傅种孙先生（1898—1962）是一位博学多才、刚正不阿，接受过西方科学民主思想熏陶的儒家学者．他是第一个将数理逻辑引入中国的数学家，是第一个将西方的数学基础研究引入中国的数学家，是为中国的数学教育和普及奉献了一生的才智与心血的伟大的数学教育家．作为中国现代数学教育的先驱，傅种孙先生可谓呕心沥血，鞠躬尽瘁．他先后参与了教材的编写，课程标准的制订，致力于教师教育，并担任《数学通报》总编．傅种孙先生的数学教育思想将在中国永存．

关键词：傅种孙；中国的现代数学教育；数学基础；课程标准

中图分类号：G421 文献标识码：A 文章编号：1004-9894（2008）01-0001-03

1 引 子

2005年秋在上海同济大学由高等教育出版社组织的大学数学课程报告论坛上，笔者做的报告题目是“欧氏几何的公理体系和我国平面几何课本的历史演变”．报告之后，北京大学的数学文化专家张顺燕教授和笔者一起散步．他半开玩笑地对笔者提出严重抗议：“你讲我国的几何教学，怎么可以不提傅种孙先生呢，亏你还是北师大的．”

笔者没有见过傅种孙先生，笔者来到北京师范大学读研究生的时候，傅先生仙逝已有16年之久．但是笔者的老师们都很尊重傅先生，比如笔者的导师刘绍学教授，代数教研室经常与我们见面的王世强教授，他们无论是做学问还是做人，常常把傅先生当作楷模．回到学校后，笔者马上找到傅先生的著作来读，同时咨询了熟悉傅先生的每一位前辈，并浏览了所能找到的数学家传记、数学史、数学教育史和系史．展现在笔者面前的，是一位博学多才、刚正不阿，接受过西方科学民主思想熏陶的儒家学者，是率先将数理逻辑和数学基础的研究引入中国的数学家，是为中国的数学教育和普及奉献了一生的才智与心血的伟大的数学教育家．

2 中国数理逻辑与数学基础研究的先驱

2.1 生 平

傅种孙先生1898年生于江西农村，左腿因童年生疮微残．他身材瘦小，有几分文弱，但双目炯炯，语音洪亮，出口成章，气度不凡．其父为晚清秀才，教他不少古籍．12岁时父亲去世，遗嘱万般困难也不能让傅种孙辍学．傅先生在南昌读中学时特别喜欢几何，写过一篇关于轨迹的论文．1916年中学毕业，因家贫无力升入大学，刚好公费读书的北京高等师范学校（北师大的前身）在南昌招生，傅先生考取进入数理学部．他在大学期间十分活跃，曾任学校数理学会的正、副会长，并在数理杂志上发表过多篇文章．

1920年傅先生毕业，留在北京高等师范学校附属中学（现在的北京师范大学一附中）任教．毕业一年之后，高等师范学校于1921年聘请他担任数理学部讲师（同时在附中兼课至1926年）．1923年，高等师范学校改为北京师范大学．1927至1928年，傅先生曾因北洋政府长期拖欠教师工资，生活无以为继，回到家乡南昌任教．1928年冬，北京师范大学当局采纳学生意见，请他回到母校，担任数学系教授．1937~1945年抗日战争期间，傅先生随北京师范大学西迁来到西北．1945年由国民政府选派赴英国牛津大学考察，1946年到剑桥大学．1947年回国，历任北京师范大学数学系主任、教务长、副校长．1957年，他被错划为右派，撤销一级教授，解除一切职务，1962年初逝世．

2.2 引进数理逻辑

1920年傅种孙先生刚刚毕业，英国哲学家罗素赴北京大学讲授数理逻辑．傅先生在罗素到来之前就写了介绍文章《算理哲学入门》，然后又与人合作将罗素的全书《Introduction to Mathematical Philosophy》译成中文．傅先生是第一个将数理逻辑引入中国的数学家．

2.3 引进几何基础

在20世纪初叶，世界上许多一流数学家致力于为欧几里得几何建立完备的公理体系．20年代初，傅先生翻译了O. Veblen的《几何学的基础》．1924年，傅先生又与人合作，翻译了希尔伯特的《几何原理》（现在译为《几何基础》）．傅先生是第一个将西方的数学基础研究引入中国的数学家．

此后，先生对这两个方向均有文章深入研究，并于1930年写成专著《初等数学研究》，2001年以《几何基础研究》为书名在北京师范大学重新出版．在20世纪二三十年代我国的数学研究尚未真正展开的情况下，老一辈数学家傅种孙先生堪称是将西方先进数学基础引入中国的先驱．

3 中国现代数学教育的先驱

对于中国现代数学教育的引进和完善，傅种孙先生可谓呕心沥血，鞠躬尽瘁．

收稿日期：2007-11-28

作者简介：张英伯（1947—），女，上海人，教授，博士生导师，中华人民共和国教育部九年义务教育课程标准修改组成员，中国数学会常务理事，教育工作委员会主任，《数学通报》主编，从事基础数学的教学与研究，研究方向为代数学，代数表示论．

3.1 编写课本

傅种孙先生在北京师范大学附属中学任教6年，第二年便回到母校执教. 在这期间和离开附中之后，他与人合作编写了下述课本：

《初级混合数学（六册）》，中华书局，1923—1925；

《高中平面几何教科书》，北平师大附中算学丛刻社，1933—1937，1948；

《高中平面三角法教科书》，算学丛刻社，1933；

《高中立体几何学教科书》，算学丛刻社，1933—1936；

《初中算术教科书（2册）》，算学丛刻社，1933；

《初等数学研究》，算学丛刻社，1933—1937；

《汉译范式大代数（三册）》，华北科学社，1935；

《汉译范式大代数（二册）》，华北科学社，1946；

《初中几何教科书（2册）》，北平师大附中算学丛刻社，1937.

傅先生创建了北平师范大学附中算学丛刻社. 当时只要国外有好的教材出版，算学丛刻社即可在3个月内引进，并用于北师大附中的课堂教学. 北师大附中自1922年试办633制，即我们现在小学6年、初高中各3年的学制，旧课本不适用了，几乎全部课本都要重新写过.

傅先生编写的课本，论证清晰，深入浅出，代表了那个时代初等数学最先进的水平. 傅先生深谙儒家学说，写得一手桐城派古文，他所编写的教材，现在读来仍感兴味无穷. 20世纪末，北京师范大学将其中一些课本译成白话文再版.

3.2 参与课程标准

1932年，民国政府教育部颁布了各科课程标准，以北师大附中作为蓝本，拟成制度，颁行全国. 当时设计新中学课程的主要是北师大附中，而兼任附中教职的傅种孙先生，是数学课程的主要策划人.

1949年以后，我国开始全面学习前苏联，傅先生时任数学系主任和北师大副校长，虽然政务繁忙，但他仍多次为中小学教学改革提供意见，并受教育部委托，组织人力精简中学数学教材. 他力主在北师大数学系成立初等数学教研室，自20世纪50年代到20世纪80年代，这个室的钟善基、丁尔陞、曹才翰教授始终参与我国中小学数学课程大纲的制定，为我国数学教育的稳步发展做出了重大贡献.

3.3 致力教师教育

提高教学水平，关键是提高教师的水平. 这不是一句空话能够做得到的，需要扎扎实实地工作. 傅先生曾于1934到1944年间在北师大，西北师院和陕西省举办过5次中学理科教员暑期讲习会，各期中先生都是数学课的主讲，每次总有5~6讲之多，内容都是中学教师容易忽略或不易正确讲授的问题. 譬如，自然数与遗传性，零之特性及其所引起的纠纷，比例与相似形，无穷小与无穷大，作图漫谈，释数学（即什么是数学），等等. 1951和1954年，在北京市中学教员讲习会上，傅先生分别作了从五角星谈起以及几何公理体系的报告.

3.4 最出色的数学老师

傅先生上课前，总要将有关的参考书籍全部拿来进行比较，从不会只看课本. 他对课程内容剖析深刻，比喻生动清楚，常能给人留下很深的印象. 他上课从不照本宣科，而是提问很多，这对学生来说是一个很好的启发. 我国的两弹元勋钱学森，中国科学院院士、北京大学数学系主任段学复，数论专家闵嗣鹤，代数学家熊全淹等均是他在北师大附中教过的学生. 钱学森曾深情地回忆道：“听傅老师讲几何课，使我第一次懂得了什么是严谨科学.”

3.5 《数学通报》总编

傅先生毕生致力于中国数学的普及，他积极参与了中国数学会的各项工作. 在数学会成立的第二年，1936年8月1日，学会的期刊《数学杂志》正式出版，傅先生担任编辑，直到1939年因抗日战争被迫停刊. 1951年，在中国数学会的第一次代表大会后杂志复刊，更名为《中国数学杂志》，华罗庚与傅种孙任总编辑. 1952年《数学学报》发行，华老转到《学报》，杂志改称现名《数学通报》，傅先生任总编辑直到1957年. 他在通报上发表了16篇文章，去世后还有3篇遗作发表. 这些文章生动有趣，现在翻阅仍感兴味无穷.

4 傅先生的数学教育思想长存

1957年，傅先生作为北师大仅有的6个一级教授之一被错划为右派，被迫离开他站了一辈子、为之倾注了毕生心血的讲台. 他平时待人忠厚，被罚扫马路时，数学系一位工友每天悄悄给他端杯开水，替他扫一会儿. 先生被贬做资料员时，将资料室的图书整理得井井有条，并且在休息时间到书店去转，遇有系里未藏的书，自己垫款将书买回，还担负一些资料翻译工作. 听来令人心酸.

1962年初，傅先生突发脑溢血逝世. 逝世前他悲愤地说：“我想有些人就是要千夫之诺诺，不要一士之谔谔.”表现出一位接受过西方科学民主思想的儒家学者坦荡的胸襟，不屈的傲骨.

在1998年北京师范大学数学系纪念傅种孙先生诞辰100周年的座谈会上，主持人刘绍学教授在致辞中，曾举国际著名的数学家兼数学教育家F. Klein和G. Polya与傅先生作了恰当的对照，然后他说：“中国的傅种孙，德国的Klein，美国的Polya都同样得到我们的敬仰和热爱.”

傅种孙先生的数学教育思想将在中国永存.

5 结 语

“数学教育不能离开数学”是傅先生的一个重要数学教育思想. 今天的数学比起傅先生那个时代已经有了长足的进步. 在20世纪二三十年代，掌握微积分和高等代数就是中学教师中学问很深的了，到了20世纪五六十年代，中学教师懂得实变函数、抽象代数就很不简单了，而到了20世纪八九十年代，上述课程已经在大学数学系普及，微积分和向

量放到了中学课本中.在这种情况下,做一个好的中学教师,只懂得微积分和高等代数似乎已经不大够了.

譬如,给孩子们讲整数、分数,老师要清楚实数的引入;讲平面几何,老师要了解欧几里得的工作和希尔伯特等人对几何公理体系的完善;讲数列极限,教师要掌握 ε-δ 语言.给学生一杯水,教师要有一桶水.这虽是一句老生常谈,但永远都不会过时的.

一个好的数学教师,要爱学生、懂数学.我们也许达不到傅先生那样的学术成就,但我们应该学习傅先生的教育思想,做一个学生们喜欢的数学教师.

[参 考 文 献]

[1] 傅种孙数学教育文选[M]. 北京：人民教育出版社，2005.

[2] 程民德. 中国现代数学家传[M]. 南京：江苏教育出版社，1994.

[3] 李仲来. 北京师范大学数学系史[M]. 北京：北京师范大学出版社，2002.

[4] 魏庚人. 中国中学数学教育史[M]. 北京：人民教育出版社，1987.

Pioneer of Chinese Modern Mathematical Education

ZHAGN Ying-bo

(Mathematics Science College of Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: Mr. FU Zhong-sun (1898-1962) was an erudite and strict Confucian Scholar who received the edification of ideas of western democracy. He was the first mathematician who introduced mathematical logic and mathematical basis to China, and he was also a great mathematical educator who devoted his life to the development of mathematics education in China. As a pioneer of modern mathematical education in China, Mr. FU Zhong-sun worked his heart out on mathematics education. He participated in the compiling of textbooks, the preparing of the curriculum standards, the teacher education, and the editor in-chief of *Bulletin of Maths*. The mathematical education ideas of Mr. FU Zhong-sun would exist for ever.

Key words: FU Zhong-sun; Chinese modern mathematical education; foundation of mathematics; curriculum standards

附注：我们需要学习发达国家的数学教育理念与实践做法，但是民族的就是世界的，我们还需要重视对我国数学教育实践的研究，并从中升华理论，也需要重视对中国数学家以及数学教育家教育思想的研究，反映我国数学家及数学教育家对人类数学教育的贡献. 为了倡导形成对我国数学教育研究予以重视的氛围，我刊特与《数学通报》共同发表纪念我国现代数学教育先驱傅种孙先生的文章，特此说明.

[责任编校：周学智]



书　讯

北京师范大学数学科学学院 曹一鸣 博士、教授著作的《中国数学课堂教学模式及其发展研究》一书，于2007年9月由北京师范大学出版社出版.

该书对中国数学课堂教学模式进行了深入浅出的论述，主要章节如下：

第一章　绪论
第二章　数学教学模式从实践到理论
第三章　数学教学模式的构建
第四章　中国传统数学教学模式
第五章　现实的数学课堂教学实证研究
第六章　传统教学模式的现代发展
第七章　当代数学教学模式研究
第八章　基于信息技术的数学教学模式
第九章　数学教学模式的重构与超越

该书定价：23.80元　邮购地址：天津市河西区卫津路241号天津师范大学129信箱

联系人：陈汉君　电话：022-23541034

第17卷第1期 数学教育学报 Vol.17, No.1
2008年2月 JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION Feb., 2008

关于数学教育若干问题与现象的忧与思
——兼论数学教育的学科建设

黄秦安

（陕西师范大学 数学与信息科学学院，陕西 西安 710062）

摘要：对当下实践中的数学教育的问题与现象的深层思考亟待加强．在各种数学教育行为中，我们不仅要关注其正面的效果，还要考虑其可能的负面效应．数学教育工作者需要常常自问的是，自己的数学教育观念和行为是否适当？为了创建坚实有效的数学教育实践观，构建适合中国国情的数学教育学科体系已成为当务之急．

关键词：教育；数学教育；学科定位

中图分类号：G421 **文献标识码**：A **文章编号**：1004-9894（2008）01-0004-04

作为一名数学教育工作者，常常感到汗颜和窘迫．因为虽然已经过了不惑之年，却依然困惑多多，而快到知天命之年，但还没有感受到天、地、人合一之和谐与美妙．而这种普遍的困惑和忧虑当然也不仅仅局限于自己所学的专业，但在这里我将把论题局限在教育，尤其是在数学教育的思考层面上．

这种由来已久的困惑和忧虑就是，许多数学教育行为在主观上被想当然地以为是在培育英才、教书育人，而客观上其实是造成了伤害．也许，我们的数学教育工作者辛辛苦苦所做的（某些）事情（对于中学教师而言，可以用含辛茹苦、精疲力竭来形容其工作性质和状态），但在实际效果上，由于日益庸俗的社会价值取向和舆论导向的共同作用，我们的数学教育工作者在现实的数学教育实践中所（被迫或无奈）采取的某些数学教育行为对于我们的下一代（祖国的花朵）造成的却是或多或少的、或明显或潜在的智力损害、心理创伤以及好奇心的泯灭．

这决不是危言耸听！一直以来，我们教育工作者引以为豪的就是桃李满天下，所谓“桃李不言，下自成蹊”．毫无疑问，国家建设所需要的大量栋梁之材，应归功于无数辛勤劳苦的数学教师．然而，作为数学教育工作者，我们不能仅仅陶醉在人类灵魂工程师的美誉所营造的幻觉之中，而应该在较深层面上和较宽阔的范围内反思在被想象成美好和善意的教育愿望和初衷后面，我们的教育理念和行为是否适当的问题．

1 什么是教育和数学教育

关于教育这一社会现象，有一个想法在脑海里萦绕已久：任何教育思想及其实施，如果不慎（比如错误的教育思想和失当的教育行为），便会沦落成为一种强制和灌输，严重了就变成了对于人的一种奴役．不幸的是，在基础教育阶段，有许多（频频发生的）这样的失误．例如，在高中阶段（基本上都是在高二第一学期就开始）实施的文理分科是最严重的教育失当行为之一．由于文理分科，知识的偏见和欠缺很快就被强化并形成了．由于文理分科，知识的整体性和文化的统一性被破坏了．对学生而言，文理分科的恶果是形成了带有偏见的知识观念和病态的知识结构．更为严重的是，这种被教育思想与行为所强化的知识偏见如果得不到矫正，将会伴随其一生．

众所周知，当代人类文化所面临的一个主要威胁就是科学文化与人文文化的分离，而致力于消除科学隔阂、促成人文知识与科学知识的交融早就成为许多有识之士的共识．早在20世纪初，鲁迅先生就对这个问题有精辟的见解．在“而已集• 读书杂谈”里，鲁迅先生写道：“我现在是说，爱看书的青年，大可以看看本分以外的书……大可以看看各样的书，即使和本专业毫不相干的，也要泛览．譬如学理科的，偏看看文学书，学文学的，偏看看科学书，看看别人在那里研究的，究竟是怎么一回事．这样子，对于别人，别事，可以有更深的了解．”[1]这是多么深邃的见识啊！可惜的是，即使在21世纪的今天，我们的高中教育却因高考的需要，在高二就开始强行分科，使其中某科的学生失去了获得另一科最基本知识和素质的机会．由于高中阶段的文、理科教学知识许多尚属于初步和启蒙教育的范围，还没有进入到专业化的层面，从素质教育的角度看，是应该面对所有受教育者的．而其中一科的内容绝不应该成为另一科学生的知识空白和盲点．所以，可以毫不夸张地说，无论是对个人、民族和国家而言，文理分科的结果都将会是灾难性的．

在数学教育中，类似上述的病态做法是时有发生并经常会出现的．例如，在小学阶段让学生学习那些在高中甚至在大学阶段才学习的数学概念和知识，像数论的某些概念、线性规划之类的素材和某些形式化的材料等．这种拔苗助长的方式除了可能毁掉学生天然的好奇心之外，没有任何作用．再比如，那些所谓的数学应用和建模题目，有些远远超出了学生的生活背景和学科知识范围，有的则矫揉造作，虚假至极．另一个极端则是由于贯穿了某些所谓的新理念而导致对课程的庸俗化、教条主义、形式主义和浅表化理解，使学生错过了相应的数学思维训练和必要的数学能力的获得．例如在学生最适宜学习逻辑推理并形成形式运演能力的时候，却得不到相应的思维活动，就是初中新课程“几何”

收稿日期：2007-12-08

作者简介：黄秦安（1962—），男，陕西西安人，教授，博士，主要从事数学教育、数学文化与数学哲学研究．

知识教学被削弱之后最容易产生的不良后果．还有课程与考试（尤其是中、高考）的长期分离，也是一个值得注意的怪现象，教材中的题目看起来好像难度并不很高，但是所有的应试教育者和应试者都明白，仅仅做好课本题目是根本无法潇洒地迎接高考的．

在我们国家，数学课程应该如何设置？是一个极其重要且需要投入相当学术资源来加以研究的课题，这主要是因为，数学是一个专业化程度和抽象程度都相当高的学科，当人们试图把数学变成一门课程的时候，究竟应该教授些什么内容？学生能够学会什么内容？以及如何教会的问题都是相当复杂的．而十分遗憾的是，以往直到现在，人们对此的做法经常是相当随意、简单化和草率的．

而在更广泛的数学教育领域，许多习以为常的理念和做法其实是很难经得住推敲和质疑的．例如，很久以来，本人就一直在考虑这样几个相关问题：为什么非要让那么多学生学习那么多、那么难的数学呢？这其实是不必要的！而且还要他们学得都很好，这其实是不可能的！否则就被归为“差生”行列，较雅的称呼是“学困生”或“后进生”，其实这是很不应该的！

2　救救孩子——别让数学教学活动变成对人的一种摧残

伴随着某些莫名的观念，长久以来，中国的数学教学活动就生出了不少怪病并形成顽疾！其中之一就是过量的数学教学活动，尤其是学生的作业量过大（当然也就伴随着教师的批改作业时间过多）！有时候几乎占据了学生课外作业的一半以上时间．这样做，首先是造成了不公平．学生做数学题目所用时间过多，占用了学生学习其它科目的时间，进而形成学生数学并不优秀，而整体知识又出现失衡的不利局面．其次，加重了学生的学习负担．数学作业，一般都有一定难度，而大量作业的结果容易造成学生的疲劳感和厌学情绪．令人欣喜的是，国内数学教育界的有识之士已经注意到这个问题的严重性并开展了相关的研究．正是在这个意义上，我们就会更进一步体会到近年来在全国范围内开展的教育科学“十五”规划重点课题“数学教学效率论”研究及其成果对于遏制上述顽疾，还教师和学生一个健康、和谐的教学环境和心理氛围是多么地必要和重要[2]．

比过多的作业量更令人困惑的是，在各种考试中，数学经常是以难题、怪题迭出，最终拉人分数的面目出现的．如果碰巧某一年考试的数学题目简单了，那接下来的一年也一定会加大难度，直到大家叫苦不迭，然后进入下一次难度循环．这让人很纳闷，为什么数学命题者要充当“科举制度”的急先锋呢？本来，在基础教育中，数学应该被定位于造就学生基本素质的目标之列，比如让学生形成一种基本的科学和文化观念，一种看待世界的角度，一种良好的思维方式和态度，具备必要的分析与解决理论与现实问题的知识、技能和能力，一种初步的审美理念，一种基本的（生活与工作）数学经验等，就是很好的目标取向．但事实上，数学却早已远远偏离了上述基本目标，成为大量强化训练、激烈竞争的各种考试的制胜法宝代名词．我们不禁要问，让数学在本来就名声不佳、充满争议的各种考试中扮演那么面目狰狞的角色有什么好处呢？难道仅仅是出于瓜分“利益”这块蛋糕的考虑吗？

这里，我们除了质疑教育行政与管理部门究竟为什么要如此“重视”数学学科之外，还不由得要质疑那些数学题目的研究者（命题者）：你们这些数学命题者的数学水平之高当然是很难置疑的，但你们把学生想得跟你们一样，这未免有些太天真！试想你们几十年处心积虑、一心一意，把中学数学的那点内容炒来炒去，翻个底朝天，各种套路、各路变换和花样变化都悉数尽知，而那些才学了几年数学的学生如何能理解并把握得那么好呢？要知道，数学是学生在学习中花费时间最多而效果相对最差的！这里我们有必要呼吁的是：数学不能成为学校教学和考试中的霸王学科！学生并不是仅仅为了学习数学才来到学校的，而学生除了数学，还有许多东西要学！这是必须记住的！

我们应该让学生在毕业之后，对数学知识和数学课堂留下美好的回忆，或者是深刻的思想、或者是凝炼的公式、或者是精妙的推理、或者是美妙的图形、或者是奇特的数字、或者是有用的模式和有趣的图表．但实际情况却远非如此乐观．当某些非官方的调查显示，数学是学生在学校里最厌恶的学科之一的时候，我们数学教育工作者难道不应该汗颜吗？为什么要让孩子们回忆起在学校里学过的课程，总是愉快地回想起在篮球场上的嬉戏打闹或是在音乐课上的引吭高歌，相反却总要对数学老师厚厚的眼镜片和似乎永远也做不完的数学题目皱起眉头呢？

“救救孩子！”，鲁迅先生当年的一声呐喊，历久弥新，至今仍绕梁三日，余音不绝．而且比较而言，今天“救救孩子”的涵义要更为丰富．试想一下，当曾经感受着数学的阳光沐浴的孩子被无谓的难题、偏题和怪题所恐吓的时候，天真的好奇心和求知欲就伴随着噩梦的来临而消失在漫漫的黑夜里，更不消说多少青春年华被消耗在无谓的竞争和莫名其妙的好胜心当中．

遥想 20 世纪前半叶的中国，虽然国家积贫积弱，内忧外患不断，但那时候的学校教育在理念和行为方面却立意高远！也正是如此，才在烽火连天的抗战年代，在那么简陋的条件下培育出那么多世界一流的科学家和一大批栋梁之材．著名数学家华罗庚当年以初中毕业文凭登入清华讲堂，被破格聘为教授，在今天有可能吗？有些后来著作等身的著名人文科学、社会科学学者当年考取北大或清华等名校的时候数学成绩是相当的差，但学校却最后录取了这些今天称之为偏科的学生．以今日之苛刻的取才标准，华罗庚恐怕只能继续呆在父亲的杂货店里卖香烟了．

有些历史与事件并不因为逝去已久而变得模糊．有时候历史惊人的相似在折磨着我们的神经，重复着无奈的叹息．面对中国大陆、中国台湾、日本和韩国学生在各种国际数学竞赛和测试中的屡获高分，某些人兴奋了、陶醉了．东亚考试文化在国际上出名了．其实对于上述现象，我们究竟是该庆幸还是该后怕呢？如果我们注意到在这一文化区域很少出现费尔兹奖等数学大奖的获得者，尤其是中国大陆，几乎没有完全是土生土长的获奖者（有些是生于斯，成名于

欧美的)，我们又该做何感想，这真是一个可怕的悖论.

如果我们仅仅是为了那些在数学上超常的孩子，我们或许并没有必要兴师动众地从小学就开始那么大规模的既有些严酷无情又有点滑稽可笑的奥数训练.有必要让那么多小学生牺牲节假日和童年的快乐去学那些对他们来说无疑是拔苗助长式的数学训练题吗？一般而言，当某种成绩的取得是以过多的、甚至惨重的付出为代价（比如高考之后时有成绩不佳的学生自寻短见的惨剧发生）.当某种成绩的取得是以人性的麻木以及好奇心的丧失换来的时候，我们应该坚决地对此说不.事实上，被许多人所津津乐道的所谓东亚（考试）文化已经到了在理念上被摒弃的时候了.

如果我们的教育工作者在不经意间给学生造成了损伤，我们应该躬身自问，深刻反省.如果我们没有给学生留下任何印象，那么同样是遗憾的.当一届一届的学生离开数学课堂，走向现实生活之后，我们的教师大概不应该有崔灏那种"昔人已乘黄鹤去，此地空余黄鹤楼"的感叹.知识被100%地还了回来，窗外涛声依旧，而窗内读书声依旧！你还是原来的你，我还是原来的我！什么都没有改变，真是呜呼哀哉！

3 数学教育向何处去

鉴于教育与数学教育的种种问题和令人忧虑的现象，数学教育该向何处去呢？

外部的因素固然是造成数学教育经常偏离正确轨道的重要原因，但我们却很少能改变外部环境.当竞争日趋激烈，高考日益被异化的时候，我们的某些教育工作者只要不是在雪上加霜或火上浇油就很不错了.追溯那些不当数学教育行为，我们发现，有相当部分的原因是因为许多数学教育工作者自身并没有形成恰当的数学教育思想（当然也包括数学思想和教育思想在内）.例如，有许多由来已久的数学教育教条，一直以直接或间接的方式控制着数学教师的思想与行为，比如"知识中心"、"分数至上"、"能力第一"、"标准答案"、"勤学苦练必有成效"，等等.

与一般的认为理论与实践的关系是前轻后重或前重后轻的看法不同，我们认为，中国数学教育在实践性和理论性方面都是不足的.

就实践和实验研究来说，当下被冠之以"实验研究"或"实证研究"头衔的研究，也是距离现实和实践相当的遥远.有些数学教育实验研究，无视我国社会、文化的特殊性，无视真实的数学教育境遇、要害问题和焦点问题，把某些（仅仅是某些）流行的西方数学教育（研究）范式当作放之四海而皆准的教条，盲目引进，削足适履，简单对比、类比或重复，进而匆匆得出简单结论，并美其名曰"国际比较研究"和"与国际接轨"，并声言已达到了所谓的学术"规范性"，其实只是一己之见、一家之言.此种所谓的比较教育研究既无多少学术价值，也无任何实践意义，大可以作休止状.

中国的国情是，（数学）教育资源存在着巨大的差异，这种差异甚至要比某些被渲染的中外差异还要大得多.当某些研究者在喋喋不休地大谈多媒体教学的优势时，似乎不应该忘记在某些贫困地区，孩子们还只能把膝盖当课桌在上面写字，更不用说使用计算机了.更让人忧虑的还不是教学设备等硬件的匮乏，而是师资不足和师资总体素质偏低，而且农村和偏远地区的教师还在不断流失.与之相应的是近年来越来越多的优秀教师调往大、中城市的重点学校.在中国教育界，这种"马太效应"正在越演越烈.

就理论探索而言，理论思维的价值是无论如何估计都不会过高的.恩格斯在《自然辩证法》里的一句名言"一个民族想要站上科学的各个高峰，就一刻也不能没有理论思维"[3]，应该成为我们重要的研究指南之一.在数学教育研究中，必须给理论思维留下充分的余地，并进一步协调理论研究与实践研究的关系.

一直以来，中国数学教育的理论研究在经历了奋进、观望、迷茫和沉寂等不同的阶段.蓦然回首，盘点一番，却发现真正属于自己的东西，值得留存和能够留存的东西并不多.难道不是吗？在几十年的时间里，我们的教育和数学教育经历了太多的沧桑和变故.仅仅把时间限定在20世纪50年代之后，先是极力追捧苏联模式，却由于意识形态的分歧而渐趋冷漠.20世纪60年代至70年代封闭国门的"独立自主"，中国教育的情形就不必言表了.20世纪80年代以来，美、日、欧洲甚至澳大利亚、韩国、新加坡等国和中国台湾、香港等地区的数学教育成果相继鱼贯而入，被介绍进来.但大多是风光一时之后便销声匿迹.

具体到数学教育的理论研究中，人们有时候游弋于心理学和当时的时髦学科（如三论）之间，有时候匆忙地在传统与西方之间穿梭，有时候又跳跃于时髦理论之间.纵观20世纪80年代以来的中国数学教育研究，引进的理论也够让人眼花缭乱的了，但真正适合的，却几乎从来没有找到过.就像是一场庙会，虽然也很热闹，看点也不少，但一阵热闹之后，一切好像不过是过眼烟云.虽然引进与借鉴都是必要的，而且永远都是很重要的，但我们不要把问题简单化，尤其不要指望那些看起来是耀眼的、绚丽的，但终究是一朵随风四处飘零的花，因为它没有属于自己生长的种子、气候和土壤，所以是不会在中国的土地上生根、开花和结果的.

4 中国数学教育的学科定位和自我生长

中国数学教育的现实境遇迫使我们必须认真考虑建立中国的数学教育理论体系问题.当下，首先需要解决学科定位和建设的问题，并逐步形成良好的学术生长机制.具体看来，要解决并处理好以下几个重要关系和问题：

第一，数学教育应该有自己独特的理论研究范式和研究主题.

数学教育界的有识之士早已经看到数学教育不等于数学加教育，数学和教育作为数学教育理论与实践必须考虑的两个重要因素，其间的关系对于理解数学教育的本质是至关重要的.而数学教育如何树立自己学科的独特性，如何建立自己的理论研究范式并确立自己的研究主题，也首先需要解决好数学与教育的关系问题.而实际上，这个问题并没有被很好地解决.例如，具体在学科定位（地位）上，数学教育有时候所表现出来的尴尬局面是显而易见和众所周知的.在相当长的一段时间内，数学教育摇摆于数学与教育之间，结果常常是，数学教育无法准确定位自己的学科！

究其原因，我们就可以发现在以往的数学教育研究范式中存在着两种倾向．一个倾向是偏向于从教育学的一般理论去考察数学教育，这当然不失为一种选择，但对于推进数学教育的更进一步研究，对于建立独特的数学教育理论研究范式，一般教育学的角度太过宽泛，无法深入到数学教育的内在问题、特殊问题和具体问题，实际结果往往是隔靴搔痒，难以触及并解决数学教育的本质问题；另一个倾向是只考虑数学的一面，而不顾其在教育、课程、教学和学习过程中的可能性．比如有些数学家有时候会根据自己的个人经验发表一些关于数学教育和教学的看法，这些看法更多地是从数学的学科这一角度出发考虑相关问题的，只能说是一些可资借鉴的观点和角度，而不能就认为是提供了关于数学教育问题的真知灼见和金玉良言．为了克服上述两种倾向，数学与教育的关系问题的一个重要突破在于要超越数学教育＝数学＋教育的简单叠加模式，从多学科的角度吸取并借鉴有益的研究范式和方法，实现学科的增值效应．

第二，要发现并揭示数学教育特有的内在矛盾和数学教育运作的内在规律．

进而，为了建立数学教育独特的理论研究范式，就应该致力于探索数学教育自己的研究主题和研究方法，发现并揭示数学教育特有的内在矛盾和数学教育运作的内在规律．为此，需要处理好以下 3 种关系：

一是，解决好一般规律与特殊规律的关系，要把两者相结合，重在特殊规律．

数学教育既有一般教育学的规律性，又有自己的特殊规律性．而只有把两者有机地结合起来，才能真正揭示数学教育的学科规律性．其中，尤其要在两者结合的过程中更加重视数学教育自己的特殊规律．随着更多的特殊规律被揭示出来，数学教育的理论范式才会有显示出自己的独特性．

二是，要解决好传统、继承与创新、发展的关系，重在创新发展．

从纵向看，数学教育的学科建设需要处理好传统、继承与创新、发展的关系．中国的数学教育曾有十分优良的传统，但在新的历史背景下，在观念、课程、教学环境、教学方式都经常发生改变的情况下，如何在继承并保持传统中可取之处的同时，转变观念，更新思维方式，敢于创新，勇于创造，就成为十分重要的选择．

三是，要解决好引进、吸收与自我生长的关系，重在自我生长．

从横向看，中国数学教育要在引进、吸收国外数学教育理论和经验的前提下，不断促进中国数学教育的自我生长．要逐步形成自己的、新的学科生长点和独特的数学教育文化．由于长期以来中国数学教育一直被原创性匮乏困扰着，因此，与上述继承与发展的关系一样，创新性也应该成为数学教育自我生长过程中所必须坚持的原则．

第三，必须切实关注正在实施数学教育的教师和接受数学教育的学生！

数学教育工作者，尤其是师范院校从事数学教育的教学与研究人员，不能只在象牙塔里做文章．要关注重大的、基本的数学教育理论与现实问题．例如当前数学课程与改革问题，随着实施的进程，所显现的正面与负面效果将会越来越明显，因此必须予以更大程度的重视．随着课程标准的实施，数学教学会有怎样的实践效果？其风险应如何估计？如果数学课改无法如预期那样成功，那么应该如何应对？长远地看，再下一轮的数学课程改革应该如何开展？这些都是十分迫切的数学教育研究课题．

第四，树立优良的学术风尚，追求高远的学术境界，保有基本的学术道德．

为了建立中国数学教育的研究范式，需要树立良好的学术风气和健康的学术风尚．包括求真务实、自由的研究精神，客观公正的研究态度，允许多样的研究方法．在实验设计、实验过程中以及数据的收集和处理等环节上不弄虚作假．在学术交流与合作中，建立良性的学术批评机制．不结党朋，不拉大旗作虎皮，不恶语伤人，襟怀大度，宽以待人，以理服人，尊重他人研究成果．

[参 考 文 献]

[1] 鲁迅．而已集• 读书杂谈．鲁迅全集（第三卷）[M]．北京：人民文学出版社，1973．
[2] 王光明．数学教学效率论[M]．天津：新蕾出版社，2006．
[3] 恩格斯．自然辩证法[M]．北京：人民出版社，1984．

Consideration of Some Phenomena of Mathematics Education

HUANG Qin-an
(Department of Mathematics, Shaanxi Normal University, Shaanxi Xi'an 710062, China)

Abstract: The deep study of present mathematics educational activity should be strengthened. In various mathematics educational behavior, not only should we paid attention to its positive effects, but we should also take into account its negative effects. A mathematics educationist should often ask himself if his notion and action of mathematics education was proper. In order to establish the stabile and effective practical view of mathematics education, urgent affairs was to construct the subject system of Chinese mathematics education.
Key words: education; mathematics education; subject orientation

[责任编校：周学智]

第17卷第1期 数学教育学报 Vol.17, No.1
2008年2月 JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION Feb., 2008

中国近现代数学教育的文化价值观研究

徐乃楠，王宪昌

（吉林师范大学 数学学院，吉林 四平 136000）

摘要：中国近现代数学和数学教育发展的史学研究越来越受到广大学者的重视．从文化传统的视角看待中国近现代数学和数学教育发展，可以得出如下思考：（1）数学史的教育中应突出中西数学的文化差异以及这种差异对数学家成长造成的影响．（2）数学教育应当加强数学哲学方面的研究和教学．（3）数学教育应当加强数学文化方面的研究与教学．

关键词：数学教育；教育史；近现代教育

中图分类号：G40–055 **文献标识码**：A **文章编号**：1004–9894（2008）01–008–03

中国古代数学曾取得过辉煌的成就，数学教育也曾在中国文化传统的影响下以独特的形式得到了很好的发展[1]．以《几何原本》传入中国为开端，西方数学开始成体系地进入中国，尤其是在鸦片战争之后，中国的数学和数学教育形式开始了与西方的融合历程．但是，中国文化传统中还存有“技艺致用”的实用主义价值观念[2]．如何与西方数学理性、数学精神相结合，仍是值得思考和研究的问题，本文将主要讨论辛亥革命之后到建国前后，中国数学教育中数学价值观的变化．

1 中国近现代数学教育发展简析

鸦片战争以后，中国开始引入西方的数学教育内容和模式，开始颁布各种效仿西方数学教育的学制，兴办各种形式的学堂[3]，但是，在儒家“经世致用”思想影响下的清末数学教育的内容是以实际问题为导引，以计算规律为中心的形式，目的是学习“师夷长技以制夷”的技艺，其教育观念始终带有中国文化传统的烙印．数学史学家李兆华先生在他的著作《中国近代数学教育史稿》中论述了近现代数学教育的发展并指出，在当时“数学教育之目的是训练一种技能，以为工艺制器，经世致用之具，而不是训练科学精神与方法，藉以提高人才的素质．清末接收数学教育的人数不少，而数学研究成就不显著，是与当时数学教育观念之浅陋有关”．

对于只求“技艺致用”的数学教育在鸦片战争之后几个阶段的数学教育发展我们也可以发现如下3个明显的特征：

（1）早期的数学家、数学教育没有涉及西方数学与西方文化传统的关系．

辛亥革命之后，中国数学界发生很大变化，每年都派出留学生，留学生们学成回国之后，努力普及现代数学知识，兴办数学教育，出版科技刊物，并开始创办科学学会和研究所．他们成为中国现代数学教育的拓荒者、先驱者和领导者，同时也是中国最早一批的数学家和数学教育家，对中国现代数学和数学教育的发展起到了坚实的奠基作用．比如：从美、法、英、日等国留学归来的胡明复、姜立夫、熊庆来、陈建功、苏步青等，先后在天津、武汉、杭州、广州等地建立了数学系，开设一些现代数学的课程．此时应邀到华讲学的各国数学教育家也纷至沓来，给过去闭关自守的数学和数学教育带来了难得的现代气息[4]．但是，早期的数学家们自己都是怀着修身、治国、平天下的报负去学习西方的数学，带回来的只是西方数学的内容、教材、数学专业自身的方法和教育形式，还没有来得及深入地领悟和理解西方数学和西方文化传统之间的关系，也没有来得及考虑西方数学与中国文化传统之间融合，中国的文化传统对学习西方数学时会有什么样的影响，故而在相当长一段时间内虽然学习和传授的是西方的数学教学内容，但是仍采取了中国传统的记述方式，使数学的学习和教学仍然非常繁琐[5]．

（2）建国前后，由于历史的原因没来得及考虑数学与文化传统的关系问题．

建国前后，中国的数学家大量流失，建于1944年的中央研究院昆明数学研究所迁往台湾，随着新中国的成立，数学教育才得到了较好的发展．1949年11月成立了中国科学院，直至1952年我国出台了新中国第一份教学大纲，遵循前苏联的教学模式，重视概念教学，注重科学上的严谨性，强调理论联系实际[6]．但是，由于历史的原因，没有时机去考虑西方数学与西方文化传统之间的关系以及西方数学与中国文化传统之间的关系，进而去指导我们的数学教育．20世纪50年代末期，在“大规模的群众性运动”高举“破除迷信、解放思想、大破大立”的旗帜下，我国进行了各种数学教育改革试验，中国出现了空前的大规模数学教育研究．在经历学日、学美、学苏之后，综合各家之长，逐步形成了我国数学教育自己的特点和风格，不仅影响了20世纪60年代的前半期，有些内容一直影响至今[7]．在此期间，我们基本没有从哲学与文化传统的层面对西方数学的作用进行思辨，仍是在方法论的层面研究数学教育．

(4)近三十年来对西方数学与西方文化之间的关系有了新的理解．

近三十年来，我国的数学和数学教育得到了空前的改革与发展，以最快的速度追赶着世界先进水平，中国的数学教育家们开始对西方数学与西方文化传统之间的关系重视起来．M•克莱因的著作及西方的哲学让我们深刻理解了西方数学思想在西方文化中的作用，使我们对数学与现代文化之间的关系有了全新的认识．数学作为人类文化的一个重要组成部分：“数学一直是形成现代文化的主要力量，同时又是

收稿日期：2007–12–01

作者简介：徐乃楠（1979—），女，吉林长春人，硕士研究生，从事数学文化史及数学教育研究．

这种文化极其重要的因素"[8]. 中国的数学家和数学教育家们所开始的对西方数学与西方文化传统之间关系的研究也大都追随其后[9-10]，从不同的侧面不断提出自己的全新见解. 近两年，开展富有中国特色的数学文化史研究成为数学史和数学教育的一个重要方向.

2 基于文化史研究对中国近现代数学教育的审视

纵观中国近现代数学教育的发展史，可发现两个鲜明的特征[11]：其一是中国古代数学的内容和方法的废弃，具有千年传统的数学教育内容和方法的废止；其二是完全按照西方数学的内容和方法进行数学教育. 可谓是全盘的、彻底的西化，虽然近百年来中国的数学教育完全采用了西方的数学教育形式、内容和方法，但却无法改变中国传统文化对数学的根深蒂固的"技艺致用"的实用主义价值观. 正如张奠宙先生所说："从西方引进的数学教学不可避免地受到中国传统文化的制约，打上了'儒家文化'的烙印."[12]从而导致我们虽然完全照搬了西方数学教育的内容、方法和形式，但是却不免受到了中国传统文化观念如儒家的"经世致用"思想的影响和制约，使我们的数学教育在今天变为一种带有中国传统数学教育实用和功利思想的"苦读＋考试"的教育形式.

关于数学文化的理论研究已经在中国引起了越来越多的关注，也提出了很多富有创造性、对数学教育发展起到积极作用的研究成果[13]. 但是，有很多学者把中国近现代数学教育等同于西方数学教育来进行研究，从而忽视了中西文化传统中数学价值观的巨大差异，忽视了中国传统数学价值观念对中国近现代数学教育西化进程的影响和制约. 西方文化中的数学一直被当作是一种理念、一种精神、一种哲学理性进而当作一种宗教理性，而这样一种数学的理性精神在中国的文化传统中是不存在的；中国的传统文化的数学价值观是把数学作为一种技艺的实用主义数学价值观，即数学不是形而上的道，而是形下的器. 中国近现代数学教育的发展虽然从内容、方法和形式上学习了西方，但是作为技艺应用的中国传统数学价值观念始终影响着数学教育的发展. 正是因为只注重技法层面而不注重精神理念、哲学思考的做法，才导致了西方数学教学方法传到中国后就成了一种考试或应试的教育方式.

从文化传统层面审视中国的近现代数学教育的经验、理论和成果，我们一直缺乏对数学理论本身、数学教育的价值及数学教育应具有的社会文化功能方面的思考，很少考虑数学是什么，数学内容表现的是什么，数学的作用在哪里这样一些形而上的哲学问题. 徐文彬、喻平先生对中韩两国数学教育博士论文的比较也表明，最近一些年来我国的数学教育博士论文"几乎没有一篇博士学位论文选题是关于数学教育哲学研究领域的". 因此，加强数学文化史和数学哲学的研究，搞清楚中西数学价值观念上的差异，重新审视中国近现代数学教育发展历史，对促进我国未来数学教育的发展与改革是非常有意义的.

3 对中国数学教育发展与改革的几点思考

比较中西文化传统中数学价值观念的差异，从文化传统和数学理性的角度来看待我们的数学教育，要求我们在思考数学教育、实施数学教育时应当充分关注数学文化、数学哲学和数学教育哲学方面的研究.

(1)数学史的教育中应突出中西数学的文化差异以及这种差异对数学家成长造成的影响.

中国的传统文化注重经世致用，思维方式具有强烈的务实精神，使得中国古代数学始终作为一种技艺在传播与应用，走的是为了解决实际问题的模式化发展道路. 以社会生活与生产实际为研究对象，以解决实际问题为目标，围绕建立算法与提高计算技术而展开. 强调在观察、实验基础上进行分析、归纳得出结果，寓理于算，把数学建立在少数不证自明、形象直观的原理上. 这种数学文化传统形成了专司具体数学问题的特征. 中国文化的技艺致用、实用至上的数学价值观，导致现代数学教育中出现了许多困惑的问题，困扰着我们的教师，影响着我们的数学教育的发展和数学家的培养.

我们可以发现在西方，数学是在追求严谨的逻辑体系和数学美的过程中发展的. 这种崇尚理性、注重演绎推理的数学传统有着深厚的文化背景，发端于古希腊的西方数学不仅仅是一个数学意义的运演操作形式，更主要的是它作为一种文化系统中解释世界的理性模式，或者称之为一种理性构造的规范模式. 在西方数学文化价值体系中，数学解释宇宙的变化，引导理性的发展，参与物质世界的表述，从西方的基督教文化来看，它认为上帝是按数学来构造世界的. 这一观点足以表明数学教育在西方文化中的宗教和哲学价值取向的理性地位，这对我们数学的学习和教学，以及理解现代数学理论的构成有着重要的启示作用.

(2) 数学教育应当加强数学哲学方面的研究和教学.

数学哲学是对数学存在、形式、作用、方法等问题的思考，它所关注的本体论、认识论、方法论等方面的问题，对数学自身的发展，对数学教育的目标，对数学家的培养和对实际的数学教学活动都产生了巨大的影响. 最近几十年来，中国的数学哲学研究有了长足的进展，中国的数学哲学已经有了属于中国学者的研究成果[14-15]. 并在中国的数学教育中产生了重要的影响. 未来的数学家的产生，数学教育理念的产生，数学教育家的产生就依赖我们今天的数学教育. 因此，对数学哲学的研究必将推动数学史研究和数学教育的发展.

(3) 数学教育应当加强数学文化方面的研究与教学.

数学文化是近几十年兴起的研究方向，是从文化学的角度研究数学作为一种文化所具备的价值观念、文化模式及传播的形式. 从文化传统的层面来比较中西数学文化的差异，从而在价值观念的比较层面上去理解中西数学理论的形成、发展、教育及数学家群体的形成及其追求，这必将扩大人们对数学史和教育研究的视野. 通过对数学文化的研究和教学使我们可以认识到西方数学在西方文化传统中的理性精神作用，以及它与中国文化传统中数学作为一种技艺的实用主义数学价值观念的差异. 正如齐民友先生所说的："历史已经证明，而且将继续证明，一个没有相当发达的数学的文化

是注定要衰落的，一个不掌握数学作为一种文化的民族也是注定要衰落的．”

目前中国的数学史与数学教育学者们已经开始拥有自己的数学史和数学教育理论研究队伍和研究成果，我们坚信随着我国数学教育改革的不断深入，随着中西数学和中西文化的不断交流，我国的数学教育必将取得举世瞩目的成就．

［参 考 文 献］

[1] 李兆华．中国近代数学教育史稿[M]．济南：山东教育出版社，2005.
[2] 王宪昌．数学与人类文明[M]．延边：延边大学出版社，1990.
[3] 吴文俊．中国数学史大系：第八卷[M]．北京：北京师范大学出版社，2000.
[4] 吴文俊．世界著名数学家传记（下集）[M]．北京：科学出版社，2003.
[5] 李迪．中国数学史简编[M]．沈阳：辽宁人民出版社，1984.
[6] 李文林．数学史教程[M]．北京：高等教育出版社，2000.
[7] 崔克忍．近代数学教育50年回顾[J]．教育史研究，2000，(2)：50-52.
[8] M•克莱因．西方文化中的数学[M]．上海：复旦大学出版社，2005.
[9] 齐民友．数学与文化[M]．长沙：湖南教育出版社，1991.
[10] 邓东皋．数学与文化[M]．北京：北京大学出版社，1990.
[11] 王宪昌，王文友．关于中国数学教育学研究的问题探析[J]．数学教育学报，2004，13（1）：28-30.
[12] 张奠宙．数学教育经纬[M]．南京：江苏教育出版社，2003.
[13] 郑毓信．数学文化学[M]．成都：四川教育出版社，2000.
[14] 林夏水．数学哲学[M]．北京：商务印书馆，2003.
[15] 郑毓信．数学教育哲学[M]．成都：四川教育出版社，1995.

Cultural Values Researching On the Near Modern Mathematics Education of China

XU Nai-nan, WANG Xian-chang

(Mathematics Institute of Jilin Normal University, Jilin Siping 136000, China)

Abstract: Historical scholars gave more and more attentions on researching Chinese near modern history of mathematics and mathematics education. This article analyzed the development of mathematics and mathematics education of near modern china from the culture tradition visual angle, and brought forward a few thinking for the development and research on the mathematics education based on he culture tradition visual angle.

Key words: mathematics education; education history; education of near modern china

[责任编校：周学智]

第17卷第1期　　数学教育学报　　Vol.17, No.1
2008年2月　　JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION　　Feb., 2008

建构思维及其培养

王继成

（黑龙江绥化学院 数学系，黑龙江 绥化 152000）

摘要：数学是关于思维的科学，建构思维是指发现或发明数学概念、定理、公式和命题以及形成蕴涵于其中的数学思想、方法的个人认识．建构思维的培养有助于培养学生的创新精神，促进学生对数学知识的理解．建构思维包括外源建构思维、内源建构思维和辩证建构思维．

关键词：外源建构思维；内源建构思维；辩证建构思维

中图分类号：G424.1　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004–9894（2008）01–0011–03

数学是关于思维的科学，数学教育要重视培养学生的数学思维，文[1]指出建构思维是一种重要的数学思维，但目前数学教育领域中关于该思维的研究是薄弱的，有关建构思维的内涵、意义及培养途径等问题均需深入研究．

1　建构思维的内涵

建构思维是指发现或发明数学概念、定理、公式和命题以及形成蕴涵于其中的数学思想、方法的个人认识．建构思维包括外源建构思维、辩证建构思维和内源建构思维．

1.1　外源建构思维

外源建构是指通过有意义学习对有正确标准的基本知识和基本技能的建构，建构的结果应符合基本知识与基本技能外在的正确标准．

数学的基础知识有层次之分．根据抽象程度的高低，可以把数学基础知识划分为基本概念、基本原理和思想方法3类．例如，各种数学公式、定理、法则等都属于基本原理的层次；而具有微观性质的解题方法、数学中常用的逻辑方法以及包括水平最高的数学思想方法则属于思想方法层次．

技能，一般指顺利完成某种任务的动作方式或心智活动方式，是个体运用已有的知识经验，通过练习而形成的智力动作或肢体动作的复杂系统，通常表现为一系列固定下来的自动化活动方式．无论是头脑中的思维操作还是外部的行为动作，都属于技能的范畴，前者是内部心智技能，后者是外部操作技能．所谓数学技能，是在熟练运用数学基础知识的过程中形成的技能．例如，按照一定的步骤和程序熟练地完成作图是绘图技能，按照一定的步骤和程序去推理是推理技能，按照一定的步骤和程序处理数据是处理数据的技能等．

衡量学生是否掌握知识有两个标准，一是学生要能够把新知识融入已有的知识体系中，和已有的知识建立联系，形成头脑中已有知识的系统化．通俗地理解也就是学生所学习的任何知识，都不能是零碎的、彼此孤立的，而应该是按知识之间的关系，通过不同的层次来构成知识的系统，建立知识之间的相互联系．二是学生在学习了知识以后，要能够将知识具体化．所谓具体化，就是将原理应用于实践，学了以后要会用．不会用，就说明所学习的知识是无意义的、机械的、被动的，死记硬背地获得的知识于学生来说是没有任何价值的．

外源建构思维就是通过有意义学习掌握和理解数学知识，完成对数学知识的正确建构，其正确的标准是外源的客观标准．

1.2　辩证建构思维

匈牙利数学家波利亚说过："数学有两个侧面，一方面它是欧几里得式的严谨科学，从这方面看，数学像是一门系统的演绎科学；但另一方面，创造过程中的数学看起来像是一门试验性的归纳科学．"而一些教师的数学教学过分强调"题型记忆"的作用，课堂上知识的建构往往被"听讲"所代替，学生看不到数学"生动活泼"的面孔，更没法享受"再发现的乐趣"．

辩证建构思维是指通过观察、实验、归纳和类比以及想象等合情推理活动对已有数学概念与命题的再发现，再发现体现了主体内在的发现与外在已经存在的数学概念与命题的辩证和谐一致．"再发现"是相对于思维主体而言的，指具有一定价值或认识意义的、新颖独到的思维活动．注重数学教学中的"再发现"，目的在于使学生成为知识的发现者，通过辩证思维学习数学知识，既正确建构了知识，又通过学习主体的内部思维活动，建构了知识的意义．其中的知识学习，不是外部灌输了，已有了学习者的个人思考，学习过程不仅有记忆，还带有个人建构性的理解，学习方式不是机械的，而是带有辩证性地在知识的联系中建构知识，在个人的认知结构系统中辩证认识新学习知识的地位、意义与价值．

1.3　内源建构思维

内源建构思维是指主体通过合情推理、逻辑推理、统计分析以及数学实验对数学概念与数学命题的发明，或者通过归纳总结、概括综合、特殊化以及一般化等思维活动形成带有个性特征的数学思想、方法．数学思想、方法的学习以及个别学生对数学概念与命题的发明则体现了学生的内源建构活动．

2　建构思维的培养

2.1　外源建构思维的培养

正确理解和记忆数学知识的过程中需要外源建构思维，

收稿日期：2007–12–18

作者简介：王继成（1963—），男，黑龙江青冈人，副教授，主要从事代数数论和数学教学论研究．

外源建构思维是让学生认识到数学基本知识和基本技能都是有外在正确客观标准的．学习的过程是建构的过程，但不能随意主观建构，在智力充分参与下，正确建构了知识的意义为积极建构，反之是消极建构．通过外源建构思维建构的数学知识是智力参与下的理解性学习过程中对数学知识的正确建构过程．正如涂荣豹教授所指出的：“数学学习更需要积极的思想活动、深刻的内部思考、广泛的知识联系……因而，数学学习更需要高水平的智力参与．”[2]数学学习充分蕴涵着学习者思维的参与，低水平的模仿和操作只能获得“只见树木、不见森林”式的固化、僵硬的动作程序，多是枯燥的短时记忆．

2.1.1 教师设计先行组织者

在学生建构学习中，已有的知识和经验是新的认识活动的必要基础．在引导学生从事新的学习活动中，教师应该十分注意和帮助学生获得必要的经验和预备知识．美国学者奥苏伯尔称这种必要的经验和预备知识为先行组织者，我们简称为组织者．教师在教学中要为学生设置起桥梁作用的组织者．

新课导入与复习提问，不应仅仅是复习上节课的内容，应该是本节课新知学习的先行组织者；一些无关与此的内容，即使是上节课的也不应在复习之列，以免影响排挤掉有效的组织者的介入．另外，恰当的反例也是一种组织者，设计这样的反例，对于帮助学生建构知识结构往往更有效果．这种反例，能让学生自行纠正理解上的错误来进一步巩固已有知识，进而正确建构新知．

2.1.2 让学生互动交流

这种交流主要表现在两个方面：第一，实现有效的互动与教师创设的问题情境密切相关．如果老师创设的问题与布置的作业大多数是回忆、描述事实，或一味纯粹模仿性的，那么这样的问题很难实现师生、生生之间真正的交流．教师在课堂教学中，只有创设一些能引起学生认知冲突的问题与讨论，才能实现师生、生生之间有效的互动．第二，交流应是双向的．教师设计有效的问题，学生经过思考或小组讨论，在回答问题后，教师应给以有效的反馈，而不是仅仅简单地判断学生回答问题的对与错，或简单地予以更正．教师的介入行为应该是：如果学生回答正确完整，则一定要给予明确、积极的评价．如果学生回答不周、不足甚至错误，则要引导其找错并加以改正，或指导学生弄清楚回答的根据和理由，通过再思考修正先前的回答；或要求学生补充或修正他人的回答．而不能受所谓教学时间或教学任务的限制，放弃这类包袱或简化对这类问题的解决．进行这样的反馈活动，学生评价、判断和交流的过程正是他们修正带有个人主观体验所建构的错误知识与认识的过程，形成对外部知识的正确理解与认识的过程．

需要说明的是，教师调动学生智力参与教学，在学生正确理解知识的前提下，让学生获得扎实的“数学双基”的种种教学方法都有助于学生外源建构思维的形成．当然，适度的练习与强化必不可少．而且，建构思维不能停止于外源建构思维，更重要的是要培养学生的辩证建构思维和内源建构思维．

2.2 辩证建构思维的培养

相对于数学家的发现来说，学生的再发现大体上是一种相对于他们的已知世界和旧有知识体系的自主地拓展、开掘和再发现的过程．为了发展学生的辩证思维能力，教师应该关注学生建构知识的过程，努力挖掘创新点，给学生提供充分的再发现机会．具体来讲，实现数学教学中的“再发现”有以下几种途径：

2.2.1 在动机激发下进行“再发现”

教学创造的动机可分为外部动机和内部动机．数学教学中，可从数学的实际应用价值和数学的自身魅力两方面激发学生进行“再发现”，因为数学知识在实际生活中的应用价值，是激发“再发现”动机的最好材料．例如周期函数的引入，让学生举出生活中周而复始的例子，如星期、时针、每周的课表、季节等，引导学生将实际中的这种现象抽象成数学问题．比如今天是星期一，7天后仍是星期一，可表示为 $f(1+7)=f(1)$，若 $f(x)$ 表示星期几，则 $f(x+7)=f(x)$，即7天后仍表示星期几，从而引入周期函数．又如从多米诺骨牌游戏引出数学归纳法，可使学生在趣味这一动机的激发下进行“再发现”．

2.2.2 在解题教学中进行“再发现”

解题教学中，我们常常通过一解多题或一题多解对学生进行发散性和创造性思维训练，新颖独特的解法或见解就是学生的一种“再发现”，这种“再发现”应贯穿教学的始终．比如有的学生在学完定比分点的坐标公式后，发现它与等差数列的通项公式有某种联系，因而在处理定比分点问题时，用到了等差数列的方法，处理等差数列问题时，用到了定比分点的方法．虽然这种方法并不是他的首创，但课本上没有，老师没教，就他个人而言，是一种独立观察、思考的结果，这样的活动当然是一种“再发现”的创造活动．教师应在解题教学中鼓励、引导学生进行类似的“再发现”．

2.2.3 让学生通过“类比”发现新知

类比是指由一类事物所具有的某种属性，可以推测与其类似的事物也应具有这种属性的思考与处理问题的方法．类比在数学命题的发现，乃至数学问题的解答中常常发挥着重要的作用．中学生运用类比的方法，发现“新知”，往往不是原创的，而是“再发现”的．

2.2.4 让学生从“归纳—猜测—论证”中发现新知

一个数学问题的解法一般应该有提出问题、归纳、猜想、论证、推广、应用等完整过程．无论是数学家的数学，还是教学的数学，创新与发展都离不开以创造性思维为主旋律的猜想．

2.2.5 数学变式练习

“变式”是在保持一事物本质属性不变的前提下，通过变换它的非本质属性，来突出它的本质属性的一种思维方式．“变式练习”一般有概念性变式和过程性变式．概念性变式是利用概念变式和非概念变式揭示数学概念的本质属性和非本质属性，使学生获得对数学概念的多角度理解，进而建立新概念与已有概念的本质联系．过程性变式是通过变式展示知识的发生、发展、形成的过程，从而理解知识的来龙去脉，形成知识网络，使学生抓住问题的本质，加深对问

题的理解. 变式练习实际上是借鉴科学家发明创造的思想方法，通过对数学问题进行多角度、多方面的变式探索研究，有意识地引导学生从“变”的现象中发现“不变”的本质，从“不变”的本质中探索“变”的规律，“变式教学”不仅有助于学生“再发现”知识，而且有助于学生从多角度辩证地认识所学习的数学知识，建构解题方法，形成个人对数学知识前提条件与结论关系变化的辩证性的认识.

数学教学中的“再发现”，不仅能激发学生的学习兴趣，而且是培养学生的辩证思维能力的关键，从而使学生辩证思维的“再发现”走向内源建构的“个人认识”.

2.3 内源建构思维的培养

在有意义学习下学生形成扎实的“双基”需要外源建构思维，“再发现”与辩证建构思维息息相关，而学习者个人认识的形成离不开内源建构思维. 其中，向权威挑战与撰写数学小论文是两种重要的培养途径.

2.3.1 在向权威挑战中形成“个人认识”

课堂教学中，教师要提倡和鼓励两种挑战，一是向教师挑战，鼓励学生质疑问难，允许学生发表与教师不同的意见和观点；二是向课本挑战，鼓励学生提出与课本不同的看法. 如教材中把解斜三角形分为 4 种类型，并指出类型（4）“已知两边及其中一边的对角”，要用正弦定理来解，这种类型可能有两解、一解或无解 3 种情况. 但有的同学突破教材规定的束缚，把余弦定理看成是关于某一条边的方程，用解一元二次方程的办法来解类型（4）的问题，从而简化了复杂的讨论. 可以肯定，这种体验，对一个中学生辩证思维的形成是非常宝贵的. 数学教学，就是让学生带着问题走进教室，带着新的、更高层次的问题走出教室. 作“函数图像”这部分内容，从例题到习题往往单纯地遵循“列表—描点—用光滑曲线连结”3 步曲，而其中存在许多疑问需要我们去探索. 比如就一个具体的函数而言，究竟取多少个点是恰当的？按自变量等距离地选点是否合理？两点间用怎样的光滑曲线来连结？是凸状的，还是凹状的？事实上，这种方法只能作比较简单的函数图像，稍微复杂一点的函数图像，还是需要我们从函数解析式出发，先研究函数的性质，尤其是对单调性、奇偶性、对称性、特殊点的研究，在对函数图像有了整体认识的前提下，再描点作图. 毫无疑问，这需要学生有较大的勇气去质疑，并在向权威挑战的过程中进行“个人认识”.

2.3.2 撰写数学小论文

根据学生特点、水平，教师可以布置“数学小论文”作业. 数学小论文作业可涉及总结数学某些知识的关系、知识脉络，发现解决生活中的问题，对某一数学问题的理解、评价，对某类易错问题的分析，数学思想、方法的提炼等范畴. 学生为了完成数学小论文作业，只能或结组或自己进行. 通过查资料、寻找典型题、整理分析、归纳总结，整个过程没有固定模式可以模仿，论文写作中形成个人认识、观点与思想方法的思维正是建构思维的萌发与成长过程.

3 结 束 语

外源建构思维是前提，辩证建构思维又是内源建构思维的基础，3 者共同构成了建构思维的形式，而且数学学习过程往往均要涉及这 3 种建构，3 者是不能截然割裂的关系. 我们为了研究方便，才分别予以论述. 建构思维是否还有其它分类方式，建构思维的形成与年龄及性别的相关性，数学学习内容与建构思维方式的相关性，影响建构思维的主因素是什么，数学建构思维的迁移性等问题还需要进一步研究.

[参 考 文 献]

[1] 王光明. 数学教学效率论（理论篇）[M]. 天津：新蕾出版社，2006.
[2] 涂荣豹. 数学教学认识论[M]. 南京：南京师范大学出版社，2003.

Constructive Thought and the Cultivation of Constructive Thought

WANG Ji-cheng
(Department of Mathematics of Suihua University, Heilongjiang Suihua 152000, China)

Abstract: Mathematics was a science that about thought. Constructive thought was a kind of individual recognition, which was used to be discovered and invented mathematical concepts, theorems, formulas, propositions and form relative mathematical thoughts and methods. The cultivation of constructive thought was contribute to cultivate creative thought, and promoted the understanding of the knowledge of mathematics. Comparing to our traditional way of education, we should pay more attention to the cultivation of constructive thought. Constructive thought include external constructive thought, internal constructive thought and dialectical constructive thought.

Key words: external constructive thought; internal constructive thought; dialectical constructive thought

[责任编校：陈汉君]

从道家思想看数学教学中的几个关系问题

刘茂全

（南京师范大学 附属中学 江宁分校，江苏 南京 211102）

摘要：道家哲学的出发点是顺应天然，全生避害．在当今的数学教学中，出现了诸多不合理的做法，背离了学生的实际．道家思想对于怎样正确处理好诸如“有与无”、“多与少”、“巧与拙”等关系，顺应学生的本性而帮助学生获得天然的、合理的发展，有许多有益的启示．

关键词：道家；有与无、多与少；巧与拙；自然本性

中图分类号：G420 **文献标识码：**A **文章编号：**1004-9894（2008）01-0014-03

题记：事实上，无论人们的意愿如何，一切数学教学法根本上都出于某一数学哲学，即使是很不规范的教学法也如此．——Thom，1971.

在2006年江苏省初中数学青年教师优秀课评比中，一位老师是这样引入“字母表示数”的：“同学们，你们知道老师来自哪里吗？”（生沉默）“老师来自西楚霸王的故乡，但老师更喜欢常州．大家知道为什么吗？因为国际动漫会议将在常州召开．用来开会的这张圆形会桌的半径为r，它的面积应该如何表示呢？”

显然，这位老师是为了更好地贯彻“新课程理念”，创设了“与时俱进”的问题情境．在新课程实施的今天，这种矫枉过正的现象比较普遍．我们试图从道家思想来分析数学教学中存在的几个关系问题．

1 有与无及多与少关系问题

“反者道之动”是老子哲学的主要论点之一．大意是，在自然界和人类社会的任何事物，发展到了一个极端，就反向另一个极端．借用黑格尔的说法，一切事物都包含着它自己的否定[1].

1.1 有与无关系问题

老子说：“凿户牖以为室，当其无，有室之用．”（开凿门窗建造房屋，有了门窗四壁内的空虚部分，才有房屋的作用．）“故有之以为利，无之以为用．”（所以，“有”给人便利，“无”发挥了它的作用．）“天下万物生于有，有生于无．”（天下万物产生于看得见的有形质，有形质又产生于不可见的无形质．）[2]

老子的这种有无观，可以用一个通俗的例子来解释．一只杯子，如果里面是空的，这“无”中却可以生“有”——它可以装满一杯东西；如果里面装满了东西，这“有”中却可生“无”——它再也装不了别的东西了．由此可见，有与无，是彼此互为因果，相生互变的．

教师讲课，若絮絮叨叨，事无巨细，讲个不停，这种“有”会生成学生学习兴趣和思维能力的“无”．应留足够的时间让学生去思考、创造、补充、回味、评价．这种“无”的正确运用，会生成学生学习兴趣和思维能力的“有”．

画一个圆圈，在最后留下一个小缺口，再看它一眼，你的心思便会倾向于把这个圆完成．格式塔心理学派“完形压强”理论认为，当人们在观看一个不规则、不完美的形状时，就会产生一种内在的紧张力，迫使大脑皮层紧张地活动，以填补“缺陷”，使之成为“完形”，从而达到内心的平衡．

这种“完形”心理，我们深有体会．一次听课，课题是“平面向量的数量积（第一课时）”．听完课后，我们一直纳闷，为什么教材只研究平面向量的和、差、积，而不研究商？问了几个老师，都说不清楚，这个问题一直挥之不去．直到有一天，得到一位大学老师的解释才释然．对于这样的问题，至少可以告诉学生，我们以后研究．

又如板书．有的课上用多媒体，一下子屏幕上出来一大片，信息量成倍增加，人“灌”进化为机“灌”．其实，板书和课件内容有时不必完整，我们要展示的内容，不能仅仅局限于画面以内，而应使画面以内的形象因素与画面外，即课本中或学生大脑中储藏的某些事物相呼应．或者让学生结合展示的不完整形象去思考、去联想、去推理，使不完整的变成完整的，使缺陷的变成完形的，使学生的审美需要由单一的直叙静态接受，趋向于多层次哲理式动态思考，使有缺陷的事物在学生的眼里获得一种意念中的完整，从而在心理上产生一种满足感．

1.2 多与少关系问题

老子说：“少则得，多则惑．”（少取便会获得，贪多便会迷惑．）一定的活动相对于客观环境而有其极限．一个人吃得太多，本来对身体有益的东西也变成有害的东西，他就要害病．一个人应当只吃适量的食物．这是事物变化所遵循的规律[3]．老子把它们叫做“常”．他说：“知常曰明．”（认识了自然规律就叫做聪明．）

1.2.1 讲授与探索的多少

《数学新课程标准》要求教师应“帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，获得广泛的数学活动经验”，“有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式”．“满堂灌”行不通了，必须重视学生的自主探索．

但自主探索并不排除讲授，如何处理好讲授与探索的关系？应该根据实际教学内容，适度讲授与探索，不可偏颇．一

收稿日期：2007-10-09

作者简介：刘茂全（1966—），男，江苏如皋人，中教一级，主要从事中国传统文化对数学教育教学的影响研究．

般来说，下列4种情况宜少讲：(1)教材上的内容，学生基本上能看懂的；(2)不是大多数同学能接受的；(3)只有短期效果的；(4)当前较为复杂，日后显而易见的．但也不是什么都能探究的，有的结论经过数百年，甚至上千年才得到，让学生通过一堂课去探索，不必要，也不可能．张奠宙教授认为，有3种知识不宜“探究”：(1)超经验的知识；(2)不可证明的知识；(3)程序性的知识[4]．

1.2.2　课堂提问的多少

我们曾听了一堂市级公开课，听了5分钟，被教者连珠炮似的问题震惊了，便开始划“正”计数．设问句不算，在随后的40分钟内，共提了114个问题！平均约20秒一个．这些问题大多或被割碎，缺少思维价值，或随心所欲，缺乏目的；或内容简单，追求气氛热闹．

课堂提问过少，便成了“满堂灌”．问题过多，课堂气氛表面上轰轰烈烈，实质造成虚假的繁荣景象，缺少有效思维训练．

课堂提问至少应该满足以下条件：(1)有目的，不能随意；(2)有启发性，能激活学生思维；(3)深浅适度，问在学生知识和能力的最近发展区内；(4)面向全体，尽可能让大家有所思，有所得．

对照这个标准，我们算了一下，114个问题至少可以砍掉80个．

1.2.3　解题训练的多少

有一个老师，“教学效果”出奇的好，怎么考她都拿第一，是不倒翁，众人称奇，不得其解．我们一日前往取经，讲的是“可化为一元二次方程的分式方程”的解法，3种题型，本应讲3节课．该老师15分钟内“精讲”结束，不谈为什么要换元，为什么这样换元．不谈整体思想，不谈转化的方法，剩下的时间便是“多练”．下课前的小测验表明，正确率很高．我们却满腹狐疑，下课后找了一个学生，请他解方程：$\frac{1}{x^2+1}=1$，一会就解好了．问他能不能不检验？他很坚决地说：不能．问他为什么，“这是分式方程，分式方程都要检验的．”再问：“为什么分式方程都要检验？”“老师和书上都是这样要求的啊．”事实上，在整个解题过程中，并没有“在方程两边乘以一个可能为零的式子”，每一步解的范围都没有变化，可以不检验．

“熟”能生“巧”吗？能的！但要看在哪方面．欧阳修在《卖油翁》一文中提到，陈康肃公的善射和卖油翁那种“取一葫芦置于地，以钱覆其口，徐以勺酌油沥之，自钱孔入而钱不湿”的绝技，是“熟能生巧”的结果，但属于技能层面，不能适用于学习．心理学的行为主义的刺激——反映学说表明，刺激越强，反映越烈，记忆越牢，行为越规范．其根据是一系列的动物实验和人的心理测量实验．问题是这些实验不能解释稍微复杂一些的数学学习现象．行为主义将知识理解定位在知识记忆的层面上，而不对“机械性记忆”和“在理解基础上的记忆”加以区别．事实上，行为主义只关注人的外部行为，不研究人的内部思维过程，因而不可能对“知识的理解”作深入的探讨[5]．

老子指出：“圣人处无为之事，行不言之教．”(圣人用“无为”的态度来对待一切问题，实行“不言”的教导．)“无为”的意义，实际上并不是完全无所作为，它只是要为得少一些，不要违反自然地、任意地为．一个人若是为得太多，就变得有害无益．况且为的目的，是把某件事情做好．如果为得过多，这件事情就做得过火了，其结果比完全没有做可能还要坏．

过度训练，剥夺了学生独立思考、自由发挥的机会，导致学生熟练有余，灵活不够，扼杀了学生的创造力，甚至练出了厌学情绪，就适得其反了．

1.2.4　课堂表扬与批评的多少

在一次省级赛优课上，有这样一段对话．老师问“边长为10的正方形面积是多少呢？”

“100．”“非常聪明！”

现在的课堂，尤其是公开课，无不以一味表扬学生为乐，唯恐批评学生，显示自己学生观落后，这种风气已经发展到了病态的地步．我们曾在一堂公开课上真切地看到，老师恶狠狠地说：“你真棒！”有的在学生的回答还存有争议的时候，或者教师本人未听清楚，甚至没弄明白，还微笑着对学生说：“很好”，“非常好”！更有“你说的不对，很好！”这样评价学生，到底是起了正面作用，还是负面作用呢？令人疑惑．

老子说：“信言不美，美言不信．”(真实可信的话不漂亮，漂亮的话不真实．)

我们以为，在课堂上，老师也应该有喜怒哀乐，对学生的评价应该是真实的，该表扬时就表扬，该批评时就批评，学生能够接受．而不应一味地满脸堆笑，讨好学生．

1.2.5　分数的多少

据《服务导报》1999年5月14日报道，广州市一名二年级学生在一次数学测试中得了98.5的高分(满分100)，可在全班排名却是倒数第二．小孩灰心丧气．家长被激怒了：小孩子从小就被教育得过分看重分数，比来比去，比出一些人自傲、一些人自卑，有什么好处！

读到这篇报道，我们曾一笑了之．但3年前，我们身边的一个实例，却让我们笑不起来．一个初一学生，期末考试98分，这可是他一学期以来考到的最高分啊！得意之余，不免忘形，便兴冲冲地找到数学老师，亮出了这份得意的作品．老师冷冷地看了一眼，一言不发地把学生带到教室，对着全班65名学生说：“满分的请举手．”刷！20多个．又说，“99分的请举手．”刷！又是20多个．最后一句是对这个同学说的：“你数老几？”

众所周知，没有好的分数，谁也不认为你在实施“素质教育”．但高得吓人的分数，带来的问题可能更多．张奠宙教授的话一针见血：“我总劝一些升学率极高的学校的校长和特、高级教师，能够居安思危，不要过分夸张自己的成绩，也许有一些负罪感才好．真正的素质是考不出来的．”

2　巧拙关系问题

有些老师教学时，过于渲染解题技巧，至于这种技巧怎么来的，其中蕴涵着怎样的数学思想方法，常常不作解释，让人感觉到如同“魔术师帽子里的兔子”般神奇．有的杂志

也为此推波助澜.

某杂志曾介绍了如下“解题技巧”：计算

$$(2x-3y-1)(-2x-3y+5).$$

解 原式$=[(2-3y)+(2x-3)]\cdot[(2-3y)-(2x-3)]$

$=(2-3y)^2-(2x-3)^2$

$=9y^2-12y-4x^2+12x-5.$

这种解法真的巧吗？直接用多项式乘多项式，如何？

《孙子兵法》说：“兵闻拙速，未睹巧之久也.”(只听说过指挥虽拙，但求速胜的情况，而没有见过为讲究指挥工巧而追求旷日持久的现象的.)老子说得更直接：“大巧若拙.”

这种“巧解”的弊端显而易见.“巧解”往往有其局限性，实用的范围一般都比较窄小，必须在一定的条件下才会产生，往往掩盖了数学基本思想方法的渗透.我们理应首先追求“通法”，即基本思想方法，因为“通法”具有普遍性、指导性，能从根本上解决问题.

“数学学科并不是一系列的技巧，这些技巧只不过是它微不足道的方面：它们远不能代表数学，就如同调配颜色远不能当作绘画一样.技巧是将数学的激情、推理、美和深刻的内涵剥落后的产物.”(M•克莱因)音乐家傅聪则说：“技巧有时是音乐的敌人.”

据《中国青年报》1996年4月26日报道，20世纪90年代墨西哥大地震时，有4 700人丧生.一天后，救援人员从废墟中抢救出24个新生婴儿.在发生强震时，这些婴儿躺在砖瓦的缝隙中，先是大哭大闹了一场，但时间一久，见无人理睬，就乖乖地闭上了眼睛和嘴巴，睡起觉来，仅靠体内的脂肪维系生命，而没有像成年人那样浪费体力、脑力，作无谓的挣扎，因而最大限度内维持了生命所必需的能量.这个例子很好地诠释了老子“柔弱胜刚强”的观点.

老子强调绝巧弃智(抛弃聪明智巧)，认为：“智慧出，有大伪.”(聪明智巧出现了，伪诈才盛行一时.)但是，圣人的“愚”，不同孩子的“愚”、普通人的“愚”，圣人的愚是一个自觉的修养过程的结果.它比知识更高，比知识更多，而不是更少.圣人的愚是大智，是精神的创造.而孩子和普通人的愚是自然的产物，二者有极大的不同.

本文开头提到的引入，教者可谓用心良苦.如果找不到更好的引入方法，就直接告诉学生“今天，我们学习‘用字母表示数’”，如何？

3 自然与人为关系问题

万物的自然本性不同，其自然能力也各不相同.可是有一点是共同的，就是在它们充分而自由地发挥其自然能力的时候，它们是同等地幸福，我们应该顺乎天然.《庄子》“逍遥游”里讲了一个大鸟和小鸟的故事.两只鸟的能力完全不一样，大鸟能飞九万里，小鸟从这棵树飞不到那棵树.可是，只要它们都做到了它们能做的，爱做的，它们都同样地幸福.《庄子》的《骈拇》篇说：“凫胫虽短，续之则忧.鹤胫虽长，断之则悲.”[6](野鸭的腿虽然短，如果给它接上一段，它就会痛苦；仙鹤的腿虽然长，如果给它截去一段，它就会悲伤.)

教师的教学风格各有不同.有的课呈学者型，语调平缓，没有一句渲染的话，常三言两语便直奔主题，对数学实质的揭示入木三分，令人为之倾倒；有些课，抑扬顿挫，高潮迭起，激情飞扬，知识插上了情感的翅膀，讲授披上了艺术的灵光，听起来如坐春风，很是享受.不同人的性格，往往会决定他不同的教学风格，我们完全没有必要刻意改变自己的这种教学风格.

学生在数学学习方面的差异也如此.我们教初三时，曾遇到一个学生，乘法公式记不住，我们以为，可能是以前老师上课，没有说清楚公式的来龙去脉，在不理解的情况下，让学生死记硬背，并大量重复训练.于是，我们详细地从乘方的意义讲起，把推导乘法公式要用到的几乎所有知识都讲了一遍.我们又让她自己重新解释一遍，懂了.接着再出了几道题让她做一遍，虽然慢些，但基本做对了.我们不禁为自己“高超”的教学艺术而激动！然而，第二天问她，一切又回到原来的状态，什么都不懂.在数学学习方面，要求这样的学生达到平均水平或更高，犹如“凫之胫”,“续之则忧”.

据徐利治教授说，他的一个学生，短跑很好，数学却不行，常常不及格.徐教授的要求是，你下次跑得更快，数学给你60分.我的那位学生，数学不行，短跑也不行，但一穿上体操服，便灵动起来！她的数学如“凫之胫”，她的体操如“鹤之胫”，何必要续之、断之？

钱钟书先生考清华大学时，数学考了15分，可国文、英文两科却得特优，英文还是满分.主管老师欲退不忍，欲取不敢，便报告了校长罗家伦.罗校长亲阅试卷后立即定夺，此为奇才，破格录取.他的数学如“凫之胫”，国文和历史如“鹤之胫”，何必要续之、断之？

我们无意鼓吹大家都回到过去“满堂灌”的课堂中去，无意废除一切教学技巧，也无意对学困生听之任之.只是觉得教学行为应该限制在必要的、自然的范围以内.“必要的”是指对于达到一定的目的是必要的，决不可以过度.“自然的”是指顺乎个人的教学水平而行，顺乎学生的认知水平，不作过分的努力.

我们应该遵循这种自然规律.老子警告我们：“不知常，妄作，凶.”(不认识自然规律的轻举妄动，往往会出乱子和灾凶.)

[参 考 文 献]

[1] 冯友兰.中国哲学简史[M].天津：天津社会科学院出版社，2005.
[2] 道德经[M].陈国庆，张爱东译注.西安：三秦出版社，1995.
[3] 南怀瑾.老子他说[M].上海：复旦大学出版社，2003.
[4] 黄家礼.对六年级一节“探究活动课”的设计[J].数学教学，2005，(10)：15-17.
[5] 黄燕玲，喻平.对数学理解的再认识[J].数学教育学报，2002，11(3)：40-43.
[6] 杨柳桥.庄子译注[M].上海：上海古籍出版社，2006.

(下转第19页)

证法二，对任意的

设$x_1 < x_2$

$\therefore \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$，

$\therefore \frac{1}{\sqrt{x_1}} > \frac{1}{\sqrt{x_2}}$，

即 $f(x_1) > f(x_2)$，

$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减，通过对比，元认知水平的差异显现出来了.

学习、记忆、遗忘是 3 种心理活动，它们是互相关联的．而在 3 者之中，记忆是学习与遗忘二者的表征，有记忆才知道有学习，无记忆才知道有遗忘．增进记忆的方法不能等到学习过后才考虑，应从学习过程的编码、储存、检索 3 个阶段上随时留意.

[参 考 文 献]

[1] 马忠良．学习心理学[M]．北京：教育科学出版社，2000.

[2] 刘元亮．科学认识论与方法论[M]．北京：清华大学出版社，1987.

[3] 曾盼盼，俞国良．数学学习不良的研究及趋势[J]．心理科学进展，2002，10（1）：48-56.

[4] 洪德厚．记忆心理学[M]．北京：科学普及出版社，1988.

See Mathematics Classroom Teaching from the Code Memory

CAO Er-lei

(College of Educational Science, Ningxia University, Ningxia Yinchuan 750021, China)

Abstract: The realization of the education purpose and the goals and the completion of the teaching plans were basically carried on in the classroom teaching. However, the classroom in the reality was complicated and changeable, there were not only the sweet knowledge acquire, full of excitement and happy, but also full of depressed, anxious, pains of perplexity of comprehension and sufferings, there was also various circumstance that we couldn't anticipate. Therefore, we analyzed it from the Pedagogy, Psychology, logics to probe the classroom teaching, was benefit of improving the teaching quality. It was the code memory that examines mathematics classroom teaching and make students perceive, absorb and accept the content of course, so that to complete the teaching purpose.

Key words: code memory; classroom teaching; mathematics

[责任编校：周学智]

（上接第 16 页）

Several Relation Problems in Mathematics Teaching in Taoist Insights

LIU Mao-quan

(High School Affiliated to Nanjing Normal University Jiangning Campus, Jiangsu Nanjing 211102, China)

Abstract: The essence of Taoism was to survive successfully by following the principle of nature. Current mathematics teaching had produced various unreasonable teaching methods, which went against students' actual needs. Taoism, which correctly demonstrated the relations between existence and inexistence, the relations between more and less, the relations between wisdom and foolery and so on, gave us a lot of revelation to provide students with natural and reasonable development in harmony with their personalities.

Key words: Taoism; exist and nothing; excessive and fewness; artful and clumsy; essentiality

[责任编校：周学智]

第17卷第1期　　数 学 教 育 学 报　　Vol.17, No.1
2008年2月　　JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION　　Feb., 2008

从编码记忆看数学课堂教学

曹二磊

（宁夏大学 教育科学学院，宁夏 银川　750021）

摘要：教育目的实现以及教学计划的完成，基本上是在课堂教学中进行的，然而现实中的课堂是复杂的、多变的，既有兴奋、愉悦、甘甜的知识获得，也有郁闷、焦虑、困惑的理解痛苦，还有我们无法预料的各种情况．因此，从教育学、心理学、逻辑学的视角来分析课堂、研究课堂、透视课堂，有助于提高课堂教学质量．编码记忆正是从心理学视角来审视数学课堂教学，让学生感知、吸收、接受教学内容，以期实现教学意图．

关键词：编码记忆；课堂教学；数学

中图分类号：G421　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004-9894（2008）01-0017-03

理想的课堂总是一个以理服人，以志激人，以情动人的乐园．然而现实中的课堂是复杂的、多变的．既有兴奋、愉悦、甘甜的知识获得，也有郁闷、焦虑、困惑的痛苦，还有我们无法预料的各种情况．鉴于此，从教育学、心理学、逻辑学的视角来分析课堂、研究课堂、透视课堂，有助于提高课堂教学质量[1-4]．

1　课堂教学的基本特性

有很多教育学者，对教师在课堂教学中的行为提出了很多正确的见解．有些从未从事过课堂教学、从未对课堂教学中教师的实际状况进行分析研究，因此，他们的那些要求往往会变成“美丽的谎言”．实事求是地讲，课堂教学困难重重，实属不易．教师往往是面对不知情的群体进行操作，要很好地贯彻教学理念，实施教学方法，实现教学意图，并非易事．课堂教学有以下一些基本的重要特性．

课堂教学在传授知识方面具有信息量大、效率高、速度快的优势．但是它使教学受时空限制的缺陷也很明显，因此注意课堂教学的延伸，加强实践性教学环节，创造课堂教学、课外教学、社会教学的“立体渗透型”教学系统，是课程改革中应当重视的也是一个待开发的研究课题．

2　认知心理学的编码记忆

2.1　编码记忆

记忆是过去经验在人脑中的反映，凡是人们感知过的事物、体验过的情感以及练习过的动作都可以以映象或情感保留在人脑中，在必要时又可再现．感觉和知觉是当前作用于感官事物的反映，记忆是指向过去，在感知之后，前者是现在时，后者是过去时．

（1）记忆的历程．

在每一阶段的记忆中，一般都经过以下3种心理历程：

① 编码．

个体在处理讯息时，经由心理运作把外在刺激的物理性特征转换成抽象的形象，以便在记忆中贮存并供以后提取时使用的心理表征．这种心理表征的编码是知觉意识中的形码、声码、义码．比如我们讲勾股定理时，教师讲授时声码优先读出来，写出来$a^2+b^2=c^2$，是形码；在意识中对这个定理的意义认识：直角三角形中两直角边的平方和等于斜边的平方．

② 储存（贮存）．

将已经编码的信息留存在记忆中，以供检索提取之用．储存的时间可长可短，这主要与不同信息的容量及大脑皮质（中枢神经）的功能有关．信息储存是信息接收与信息加工心理历程的继续．

③ 检索（信息提取，解码）．

将储存的信息提取后应用的心理历程．检索时将编码后储存在记忆中的信息经过心理动作的解码，使之还原为编码以前的形式．解码往往表现于外显行为．

上面所说的记忆历程与信息加工理论是一级的．信息加工过程分成注意、编码、储存和提取这样几个阶段．即我们前面已经给大家介绍的信息的接受、加工、储存、输出是一级的．这些心理活动都与编码有关．信息加工所涉及的几个阶段之间存在着某种程度的重叠，一个人认知事物的过程中，信息的编码、储存、提取不可能各自独立地进行，另外信息的加工也不是一次就能完成的，需要多次反复．

2.2　编码记忆的特征

（1）感觉记忆的编码研究．

感官接受刺激而生感觉．由感觉又转变为知觉，在这两者之间所做的信息处理就是感觉记忆编码．感觉编码具有选择性，这主要取决于个体的主观心理因素．感觉记忆有两个特征：第一，对输入的信息储存时间极短，如不及时加以处理传送至短期记忆，很快就会消失．第二，感觉记忆每次收录的信息量非常有限，因为仅仅是“一瞥”，可能记忆的项目有限．要使感觉记忆能即时有效地转化成短时记忆，在课

收稿日期：2007-10-17

作者简介：曹二磊（1982—），女，甘肃兰州人，硕士，主要从事数学课程与教学论研究．

堂教学中，提供给学生的“学习材料”(或信息)，要引起学生的有意注意，应当有下述几个因素.

① 熟悉度，刺激对个体的熟悉程度越高，越能引起注意，有利于编码记忆.

② 新奇度，同一刺激，其新奇度因人而异．我们平常所说的“入鲍鱼之肆，久而不闻其臭，居芝兰之重，久而不闻其香”．就是因为没有新奇感.

③ 重要性．所谓重要与否不在于刺激本身，而在于是否符合个体的需求动机．也就是说，刺激对个体特别重要者，容易引起注意.

3 课堂教学中增强记忆的策略

课堂教学中，感觉记忆、短期记忆、长期记忆是连续发生，不可能有明显的界限．下面的记忆策略分别按这3种记忆的顺序介绍.

(1) 集中注意策略.

这是针对感觉记忆讲的．前面已介绍了感觉记忆的3个条件：熟悉度、新奇性、重要性．根据这3个条件，必须减少分心刺激，使学生的视觉、听觉专一，目换单纯、有序有节．人在一段时间内只能专心做好一件事，“目不暇接”、“多管齐下”的轰炸式教学是不可取的.

(2) 扩大意元的结构化策略(短期记忆).

记忆广度中平均记忆意元是7个，记忆的广度是有限的，但意元本身的内容是可变的．一个符号、一个数字可以作为意元，多个符号、多个数字也可作为意元．直接扩大意元内容就等于间接扩大了记忆广度．扩大意元的方法叫意元集组．意元集组是将多个分离的意元组合为一个有连贯意义的大意元．这就是我们多次强调的结构法．可以实施时空结构、顺序结构、链条结构、纵向结构、横向结构关系来扩大意元．比如：

讲圆幂定理，用动态变化由圆内向圆外变化形成有序结构链条．把相交弦定理、割线定理、切割线定理、切线长定理形成一个大单元意元(或组块)就容易增加记忆的强度.

讲函数的性质时，运用“内联法”揭示性质的互相联系．奇偶性、单调性、互逆性、对称性这些基本性质是如何联系的，容易记忆.

比如讲数列极限时，要把小意元组块成“子次/母次”关系的大意元，学生就容易记忆求极限的基本方法.

(3) 运用信息加工的输入储存策略.

要使短期记忆不被废弃，就要对其进行运作，进行加工，这就是思考．所以课堂教学中，对概念(定义、公式、定理、性质)等的学习，要给学生充分的思考、练习时间，让这些信息经过加工后输送至长期记忆，贮存起来，以备检索提取，在这里为增强记忆，必要的重复是应该的.

(4) 多重编码策略.

数学教学中，为增进长期记忆，一般都采用多重编码并进的策略，即声码、形码、义码、动码(书写码、绘图的动作)多重编码作为“组块”同时输入储存．这就是我们在教学论里强调的在课堂上要让学生：眼看、耳听、手写、脑想、口问“五行”并举.

(5) 情景关联记忆策略.

创设学习情景，帮助记忆是行之有效的策略.

这里的创设学习情景，要从教学学科的特点出发．对“情景”的理解不能片面地认为是自然风光那种“情景”，也不是小说中的人物故事“情景”，更不是戏剧、电影、电视中的那种“情景”，是指学习情景．大家知道，让你回忆以前住过的地方的人和事会有困难，但当你回到你原来住过的现场时，马上会引发你的记忆．数学教学中启发式教学思想的运用有一个温故知新的启发法，就是凭心理想象的方式回忆当时学习的材料，“温故”(继时情境与即时情境都是有用的)就是一种情景．后次复习前次的概念也是一种情景．当然，创设与学习材料密切相关的“即时情景”更有利于增进长时记忆的强度.

(6) 元认知控制策略.

元认知是20世纪70年代心理学中新研究内容，目前，尚无公认的统一定义．心理学家认为：在学习认知的信息加工系统中，存在着一个对信息加工过程的执行、监控、调节功能，这里的执行控制功能就是现代心理学基础——元认知．通俗地说：元认知就是认知个体对自己的认知加工过程的自我觉察、自我调节、自我控制、自我评价.

元认知提高记忆效率和效果的主要功能是3个方面：

① 计划．不是被动地听课、盲目地学习，它可以预测计划个人的认知．比如，这道题要多长时间能解答完，我如何完成今天的作业等.

② 监控．能正确评价自己达到的认知水平，及时反馈认知活动的结果与不足，加以修改.

③ 调节，一旦从监控中发现问题，立即采取补救办法．比如上课听不懂而举手提问，或向学友请教(课堂上有时学生说话实际上是元认知在调节)解题方法，若不对会立即反省，改变解题策略.

学习能力强的人，一般记忆能力也强，记忆能力强与元认知水平有关．这是一个良性循环过程，下面这道题的解法反映了元认知水平的差异.

求证：$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$在$(0,+\infty)$单调递减.

证法一，设$x_1,x_2\in(0,+\infty)$且$x_1<x_2$，

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{\sqrt{x_1}}-\frac{1}{\sqrt{x_2}}$$

$$=\frac{\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_1}\cdot\sqrt{x_2}}$$

$$=\frac{x_2-x_1}{\sqrt{x_1}\cdot\sqrt{x_2}(\sqrt{x_2}+\sqrt{x_1})}>0.$$

证法二，对任意的

设$x_1 < x_2$

$\therefore \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$，

$\therefore \frac{1}{\sqrt{x_1}} > \frac{1}{\sqrt{x_2}}$，

即$f(x_1) > f(x_2)$，

$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减，通过对比，元认知水平的差异显现出来了．

学习、记忆、遗忘是 3 种心理活动，它们是互相关联的．而在 3 者之中，记忆是学习与遗忘二者的表征，有记忆才知道有学习，无记忆才知道有遗忘．增进记忆的方法不能等到学习过后才考虑，应从学习过程的编码、储存、检索 3 个阶段上随时留意．

[参 考 文 献]

[1] 马忠良．学习心理学[M]．北京：教育科学出版社，2000.

[2] 刘元亮．科学认识论与方法论[M]．北京：清华大学出版社，1987.

[3] 曾盼盼，俞国良．数学学习不良的研究及趋势[J]．心理科学进展，2002，10（1）：48–56.

[4] 洪德厚．记忆心理学[M]．北京：科学普及出版社，1988.

See Mathematics Classroom Teaching from the Code Memory

CAO Er-lei

(College of Educational Science, Ningxia University, Ningxia Yinchuan 750021, China)

Abstract: The realization of the education purpose and the goals and the completion of the teaching plans were basically carried on in the classroom teaching. However, the classroom in the reality was complicated and changeable, there were not only the sweet knowledge acquire, full of excitement and happy, but also full of depressed, anxious, pains of perplexity of comprehension and sufferings, there was also various circumstance that we couldn't anticipate. Therefore, we analyzed it from the Pedagogy, Psychology, logics to probe the classroom teaching, was benefit of improving the teaching quality. It was the code memory that examines mathematics classroom teaching and make students perceive, absorb and accept the content of course, so that to complete the teaching purpose.

Key words: code memory; classroom teaching; mathematics

[责任编校：周学智]

（上接第 16 页）

Several Relation Problems in Mathematics Teaching in Taoist Insights

LIU Mao-quan

(High School Affiliated to Nanjing Normal University Jiangning Campus, Jiangsu Nanjing 211102, China)

Abstract: The essence of Taoism was to survive successfully by following the principle of nature. Current mathematics teaching had produced various unreasonable teaching methods, which went against students' actual needs. Taoism, which correctly demonstrated the relations between existence and inexistence, the relations between more and less, the relations between wisdom and foolery and so on, gave us a lot of revelation to provide students with natural and reasonable development in harmony with their personalities.

Key words: Taoism; exist and nothing; excessive and fewness; artful and clumsy; essentiality

[责任编校：周学智]

第 17 卷第 1 期
2008 年 2 月
数 学 教 育 学 报
JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION
Vol.17, No.1
Feb., 2008

国际数学成就比较和教材评价

吴仲和

（National 大学，美国）

摘要：从学生的数学成绩、数学认知水平、数学学习态度检测数学教学大纲的贯彻情况是一种行之有效的方法．调查对象分布在我国 10 个城市，60 所中小学，7 777 名四年级和九年级学生．我国小学和初中学生在数学成绩、数学认知水平、数学学习态度方面与国外（地区）学生相比，其情况如下：在所测的学生中，学生的水平与期望的水平有差距，不同地区的学生在数学成绩和学习态度上有较明显差异，学生学习数学的信心随年龄增长而降低．研究表明，增加一些数学与科学相结合的综合课程对学生提高认识数学的社会价值和提升正面态度是有帮助的．建立有我国特色的国家数学教育的教、学、评价机制有助于贯彻新标准．

关键词：数学大纲；数学课本评价；数学教与学；数学教育评价

中图分类号：G40–059.3　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004–9894（2008）01–0020–10

1 前　言

自 20 世纪 90 年代，中国的数学教育改革已经经历了 15 年．数学教育的改革为数学教材的繁荣起到了积极的推动作用．从 2001 年开始，经教育部中小学教材审定委员会审查通过，有多种小学、初中、高中数学标准实验教材向全国发行．但新教材的使用情况，尤其是使用新教材学生的数学成就如何尚没有系统的测试和研究．为了总结教材的使用情况，巩固其长处，改进不足之处，帮助广大教师和教研员更好地贯彻和施行大纲所规定的数学教学内容，我们对使用不同教材的小学和初中学生的学习成就进行了测试和评价．小学部分，选择了使用小学新教材（以下简称小学新教材）的学生与使用其它教材（以下简称小学其它教材）的学生以及部分可比性较强的国家（地区）的学生进行比较．初中部分，选择了使用初中新教材（以下简称初中新教材）的学生与使用其它教材（以下简称初中其它教材）的学生以及部分可比性较强的国家（地区）的学生进行比较．其目的旨在回顾和了解学生使用不同教材的数学成就和教材的使用情况．在这个报告里，就小学新教材与小学其它教材，初中新教材与初中其它教材以及部分国外（地区）学生的学习成就和他们的学习态度以比较的形式对测试做一个总结，其目的是总结教材的使用情况，巩固教材的长处，改进不足之处，帮助广大使用北师大版教材的教师和教研员更好地贯彻和施行大纲所规定的数学教学内容．

2 测试什么

为了有利于比较使用新教材的学生的学习成就与其他国家相同年级学生的学习成就，本报告的数学题选择使用（1）小学部分：学生试题采用《国际数学和科学研究趋势》（IEA，2003a）所使用的数学题；学生调查问卷采用经过修改的《国际数学和科学研究趋势》的四年级学生问卷（IEA，2003b）．（2）初中部分：学生试题采用《国际数学和科学研究趋势》（IEA，2003c），经济合作发展组织《国际学生评价项目》（PISA，2003），和自己设计的题目；学生调查问卷采用经过修改的《国际数学和科学研究趋势》（IEA，2003）的八年级学生问卷．选择《国际数学和科学研究趋势》和《国际学生评价项目》，是因为他们是国际上公认的中小学生数学和科学的学习成就评价项目．《国际数学和科学研究趋势》的目的是检查四年级和八年级学生在教学大纲的范围内会什么和能做什么（Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2003），它的题目比较接近中小学大纲的要求；而《国际学生评价项目》的目的是检查学生在 15 岁时的数学应用能力．需要指出的是，《国际数学和科学研究趋势》和《国际学生评价项目》的题目不是数学竞赛题，因此其难度应该属于大纲要求的应知应会的范畴，其测试的目的之一，是想要知道对一个国家整体而言，公共教育的水准究竟有多高，学生对数学和科学的学习态度如何，以及影响学生成就的因素．毫无疑问，这对一个国家的整体发展和未来的劳动力资源是十分重要的．因此，找出影响学生成就的因素对发展大众教育和改善国家整体教育水平是十分必要的．在这个报告里，我们的目的是测试使用新教材的学生与使用其它教材的学生和国外（地区）学生在数学知识，数学认知水平上的不同，以及相关的影响因素．我们选择部分可比性较强的国家（地区）进行比较，他们是：（1）小学部分：香港、日本、俄罗斯、新加坡、美国；（2）初中部分：中国台北，中国香港，日本，韩国，新加坡，美国，澳大利亚，芬兰，法国．需要指出的是：（1）这些国家的数据代表的是整体国家水平或接近国家水平（大范围随机抽样），而数据只代表抽样的范围；（2）在初中部分，《国际数学和科学研究趋势》和《国际学生评价项目》测试的是八年级和 15 岁的年龄段，而我们选择的是九年级的学生，原因是八年级的教学大纲有部分内容未涵盖测试内容；（3）自己设计的题目主要涵盖初中概率和几何的内容．在这个测试里，我们想要回答的问题是：（1）新教材的学生与其它教材的学生以及国外（地区）学生的数学成就和数学认知水平有什么不同？（2）新教材的学生与其它教材的学生对数学学习的态度有什么不同？

收稿日期：2007–11–25

作者简介：吴仲和，男，江苏南京人，毕业于美国 Texas A & M 大学数学教育博士专业，现任教于美国加州 National 大学，研究方向：职前和在职老师培训，数学老师知识结构，数学表达、推理和数学教育评价．

(3) 不同城市、不同教材的学生的数学成就和数学态度有什么不同？

3 测试方法

3.1 数据的收集

考虑收集数据的随机性，并且易于比较，本测试的数据收集选择既有大中城市，又有县城，既有沿海，又有内陆，且好学校与差学校有基本相等比重的方法. 表 1 和表 2 分别展示了小学和初中学生数据的收集情况.

表 1　小学学生数据收集情况

城市	地点	学校	较好学校人数	中等学校人数	较差学校人数	总计
地区 1	华东 1	小学新教材（3 学校）	124	153	163	440
		小学其它教材（3 学校）	162	149	159	470
地区 2	华东 2	小学新教材（3 学校）	100	61	39	200
		小学其它教材（3 学校）	99	92	101	292
地区 3	华南	小学新教材（3 学校）	155	138	150	443
		小学其它教材（3 学校）	150	159	141	450
地区 4	江苏 1	小学新教材（3 学校）	97	100	100	297
		小学新教材（3 学校）	100	100	100	300
地区 5	江苏 2	小学新教材（3 学校）	155	157	152	464
		小学新教材（3 学校）	149	155	160	464
地区 6	江苏 3	小学新教材（3 学校）	136	48	129	313
		小学新教材（3 学校）	98	80	110	288
总计	6 地区	36 学校	1 525	1 392	1 504	4 421

注：(1) 新教材 N=2 157，其它教材 N=2 264；(2) 好学校与差学校参考当地教育管理机构资讯

表 2　初中学生数据收集情况

城市	地点	学校	好学校人数	中等学校人数	差学校人数	总计
地区 1	华南	初中新教材（3 学校）	116	146	151	413
		初中其它教材（3 学校）	149	138	149	436
地区 2	华东 1	初中新教材（3 学校）	147	151	151	449
		初中其它教材（3 学校）	153	149	151	453
地区 3	华东 2	初中新教材（3 学校）	128	86	134	348
		初中其它教材（3 学校）	133	147	127	407
地区 4	华北	初中新教材（3 学校）	149	147	127	423
		初中其它教材（3 学校）	152	149	126	427
总计	4 地区	24 学校	1 127	1 113	1 116	3 356

注：(1) 新教材 N=1 633，其它教材 N=1 723；(2) 好学校与差学校参考当地教育管理机构资讯

3.2 测试题目及问卷设计和数据分析

本测试小学部分采纳选择后的《国际数学和科学研究趋势》的数学测试题目和问卷，初中部分采纳 3 个方面的题目：(1)《国际数学和科学研究趋势》的数学测试题目（题 1~16）；(2)《国际学生评价项目》的数学测试题目（题 17）；(3) 自己设计的题目（题 18~20）. 选择《国际数学和科学研究趋势》和《国际学生评价项目》的数学测试题目的原因是有利于与其他国家作比较；而自己设计的题目则重点测试学生在概率和几何方面的成就. 测试的内容包含两个方面：一个是数学内容，另一个是数学认知水平. 小学数学内容包含数和运算、代数的规律和关系、测量、几何和数据；初中的数学内容包含数和运算、代数、几何、测量、概率统计；数学认知水平包含懂得数学解题过程，懂得数学概念，能解决日常问题和数学推理. 本测试选择的小学数学有 20 题共 26 个问题，在数学内容和数学认知水平上的百分比分别是：(1) 数学内容：数和运算 42%，代数的规律和关系 15%，测量 12%，几何 19%，数据 12%；(2) 数学认知水平：懂得数学解题步骤 7%，懂得数学概念 29%，能解决日常问题

57%，数学推理 7%．本测试选择的初中数学有 20 题共 29 个问题，在数学内容和数学认知水平的百分比分别是：（1）数学内容：数和运算 14%，代数 18%，几何 25%，测量 14%，统计和概率 29%；（2）数学认知水平：懂得数学步骤 11%，懂得数学概念 18%，能解决日常问题 32%，数学推理 39%．表 3 列出了本测试小学和初中在数学内容和数学认知水平以及主要数学问题的情况．小学学生和初中学生调查问卷主要涉及学生对数学学习的态度．

表 3 测试问题分类

测试题	小学数学内容	小学数学认知水平	小学主要数学问题	初中数学内容	初中数学认知水平	初中主要数学问题
1	数和运算	懂得数学概念	分数的图形表达	数和运算	能用数学解决日常问题	解决含有小数的乘法和减法的问题
2	代数的规律和关系	能用数学解决问题	选择含有乘法的表达式	数和运算	懂得数学概念	识别含有负数的表达式
3	数据	能用数学解决问题	阅读条形图	代数	懂得数学概念	等式概念
4	数和运算	懂得数学概念	认识图示简单的比率	代数	懂得数学概念	识别含有除式的代数式
5	数和运算	能用数学解决问题	解决含有 1/2 和 1/4 的实际问题	数和运算	懂得数学解题步骤	百分数的变换
6	数和运算	能用数学解决问题	选择数的表达式使其最接近两位数乘法的结果	测量	懂得数学解题步骤	测量单位
7	数和运算	能用数学解决问题	使用成倍和加法原理，解决含有两步运算的实际问题	测量	懂得数学概念	求含有两个相切园的矩形面积
8	几何	能用数学解决问题	识别变换位置后的三维图形	几何	懂得数学解题步骤	求直线上的点
9	测量	能用数学解决问题	已知长方形的长和宽，辨别长方形周长的表达式	几何	数学推理	旋转和位置
10	代数的规律和关系	懂得数学解题步骤	运用运算规则	几何	懂得数学概念	等边三角形
11	代数的规律和关系	数学推理	判别被旋转的三面体	数和运算	数学推理	解决含有多步骤的百分比问题
12	测量	能用数学解决问题	判别时间的时和分的区间	代数	能用数学解决日常问题	用代数解决问题
13	数据	懂得数学概念	对照阅读计数统计和条形统计图	代数	数学推理	求代数值
14	数据	能用数学解决问题	使用计数统计解决实际问题	代数	数学推理	代数规律
15	代数的规律和关系	懂得数学概念	懂得相等性并求值	测量	能用数学解决日常问题	解决时间，路程，速度问题
16	测量	数学推理	在方格图上，由不规则图画出面积	统计和概率	能用数学解决日常问题	解释数据并解决问题
17	几何	懂得数学解题步骤	在方格图上，画出给出线段的平行线	统计和概率	能用数学解决日常问题	解释数据并解决问题
18	几何	能用数学解决问题	画图	统计和概率	数学推理	求概率
19	数和运算	懂得数学概念	使用数位概念，创造两位数的加法	几何	数学推理	几何证明
20	数和运算	能解决日常问题	使用数位概念，创造两位数和一位数的加法，减法，乘法	几何	数学推理	几何作图

为了便于比较，数据分析采用学生的数学内容和数学认知水平的平均成绩比较．学生调查问卷采用平均数的比

较. 为保证数据的精确性，数据的编纂采用相互校对的方法，有问题的数据经过讨论达到一致.

3.3 可信度

由统计软件得数学测试题的信度，小学为 72.3%，初中为 71.8%；学生调查问卷的信度小学为 80.1%，初中为 72.5%. 这表明数学测试题和学生的问卷是可信的（信度一般要高于 70%）.

4 结果和讨论

4.1 学生数学成就

4.1.1 数学整体水平

（1）小学.

表 4 展示了使用小学新教材的学生与国外（地区）学生和小学其它教材的学生在数学成就的整体水平比较. 从表中可以看出使用小学新教材的学生的成绩总体上高于其它.

表 4　使用小学新教材的学生与国外（地区）学生和小学其它教材的学生在数学成就的整体水平比较

	小学新教材	小学其它教材	中国香港	日本	俄罗斯	新加坡	美国
1~20 题平均（%）	84.4	78.0	63.9	62.2	50.7	70.3	55.9

由表 4 可知，使用小学新教材和其它教材的学生的数学整体水平明显高于国外（地区）的学生，略高于新加坡.

（2）初中.

表 5 展示了使用初中新教材的学生与国外（地区）学生和使用初中其它教材的学生在数学成就的整体水平比较.

表 5　使用初中新教材的学生与国外（地区）学生和使用初中其它教材的学生在数学成就的整体水平比较

	初中新教材	初中其它教材	中国台北	中国香港	日本	韩国	新加坡	美国	澳大利亚	芬兰	法国
1~16 题平均（%）	86.1	87.9	51.8	52.9	49.1	51.1	58.9	35.0	N/A	N/A	N/A
17 题平均（%）	93.1	92.6	N/A	73.3	58.3	58.2	N/A	41.6	64.4	68.5	68.6
18~20 题平均（%）	68.2	52.1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A

由表 5 可知，虽然使用初中新教材和其它教材的学生的数学整体水平明显高于国外（地区）的学生，但使用其它教材的学生在题 1~16 高于初中新教材的学生，而使用初中新教材的学生在题 17~20 高于使用其它教材的学生，其中在题 18~20，使用初中新教材的学生与其它教材的学生有显著的差异.

4.1.2 数学内容水平

（1）小学.

表 6 展示了使用小学新教材的学生与国外（地区）学生和使用小学其它教材的学生在数学内容（数和运算、代数的规律和关系、测量、几何，和数据）上的比较.

表 6　使用小学新教材的学生与国外（地区）学生和使用小学其它教材的学生在数学内容上的比较

	小学新教材	小学其它教材	中国香港	日本	俄罗斯	新加坡	美国
数和运算平均（%）	84.0	79.3	61.6	62.0	46.2	68.1	54.8
代数的规律和关系平均（%）	87.0	75.9	62.0	57.7	53.0	62.7	46.6
测量平均（%）	73.1	66.8	50.4	39.4	46.2	61.0	40.9
几何平均（%）	87.3	81.1	77.1	70.5	68.1	79.2	61.5
数据平均（%）	88.7	82.3	86.2	77.7	39.8	82.8	78.5

由表 6 可知，使用小学新教材的学生在数学内容（数和运算、代数、测量、几何和概率统计）均明显高于其它. 值得注意的是使用小学新教材的学生在测量上水平较低，只达到 73.1%，且没有一个数学内容达到 90%.

（2）初中.

表 7 展示了使用初中新教材的学生与国外（地区）学生和使用初中其它教材的学生在数学内容（数和运算、代数、测量、几何和概率统计）上的比较.

表7 使用初中新教材的学生与国外（地区）学生和使用初中其它教材的学生在数学内容上的比较

	初中新教材	初中其它教材	中国台北	中国香港	日本	韩国	新加坡	美国	澳大利亚	芬兰	法国
数和运算平均（1~16题）（%）	88.8	91.6	50.1	50.5	40.3	50.6	60.2	30.1	N/A	N/A	N/A
代数平均（1~16题）（%）	83.9	88.1	61.4	65.5	56.7	60.8	67.0	41.6	N/A	N/A	N/A
测量平均（1~16题）（%）	91.7	93.9	53.3	62.9	52.0	46.6	69.9	37.7	N/A	N/A	N/A
几何平均（1~16题）（%）	93.3	93.3	66.5	59.5	64.5	67.3	56.3	44.4	N/A	N/A	N/A
概率统计平均（1~16题）（%）	70.6	68.5	21.4	14.9	29.1	25.7	31.5	17.4	N/A	N/A	N/A
概率统计平均（17题）（%）	93.1	92.6	N/A	73.3	58.3	58.2	N/A	41.6	64.6	68.5	68.6
概率统计平均（18题）（%）	78.3	52.1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
几何平均（18~20题）(%)	60.8	2.0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A

由表7可知，在所有的数学内容上，使用初中新教材和使用其它教材的学生都明显地高于国外（地区）的学生．在题1~17，除在几何上使用初中新教材和使用其它教材的学生一样外，使用其它教材的学生在数和运算、代数、测量上高于使用初中新教材的学生，而在概率统计上使用初中新教材的学生高于使用其它教材的学生；在题18~20，使用初中新教材的学生在概率统计和几何上明显高于使用其它教材的学生．

4.2 学生认知水平

（1）小学．

表8展示了使用小学新教材的学生与国外（地区）学生和使用小学其它教材的学生在数学认知水平（懂得数学解题过程，懂得数学概念，能解决日常问题，和数学推理）上的比较．

表8 使用小学新教材的学生与国外（地区）学生和使用小学其它教材的学生在数学认知水平上的比较

	初中新教材	初中其它教材	中国香港	日本	俄罗斯	新加坡	美国
懂得数学解题步骤（%）	89.5	81.9	59.4	55.6	51.5	81.7	60.2
懂得数学概念（%）	84.7	79.8	61.3	59.7	41.6	62.8	52.6
能解决日常问题（%）	86.7	80.6	67.9	64.6	56.9	75.1	60.2
数学推理（%）	60.4	48.6	47.4	58.8	35.5	48.8	31.5

由表8可知，虽然使用小学新教材和使用其它教材的学生在所有认知水平上都高于国外（地区）的学生．但在数学推理上，其水平相对较低（使用小学新教材：60.4%，使用小学其它教材：48.6%）．

（2）初中．

表9展示了使用初中新教材的学生与国外（地区）学生和使用初中其它教材的学生在题1~16的数学认知水平（懂得数学解题过程，懂得数学概念，能解决日常问题和数学推理）上的比较．

表9 使用初中新教材的学生与国外（地区）学生和使用初中其它教材的学生在题1~16的数学认知水平上的比较

	小学新教材	小学其它教材	中国台北	中国香港	日本	韩国	新加坡	美国
懂得数学解题步骤(%)	87.2	90.5	51.5	63.3	51.6	53.6	73.4	35.8
懂得数学概念（%）	93.6	96.1	73.5	73.8	67.6	71.1	71.1	48.6
能解决日常问题（%）	86.3	92.5	52.4	59.5	49.3	42.6	61.5	31.0
数学推理（%）	86.7	89.9	52.1	49.6	44.7	56.7	57.1	31.4

由表9可知，在题1~16，虽然两种教材的学生均高于国外（地区）的学生，虽然使用初中新教材的学生在能解决

日常问题（前节题 17）上略高于使用初中其它教材的学生，但使用初中其它教材的学生在所有数学认知水平上均高于使用初中新教材的学生．由前节（初中数学内容部分）表 18~20 可知，使用初中新教材的学生在数学推理上明显高于使用初中其它教材的学生．

4.3 学生学习态度

（2）小学．

表 10 展示了使用小学新教材的学生与使用小学其它教材的学生在数学学习正面态度上的比较．

表 10　使用小学新教材的学生与使用小学其它教材的学生在数学学习正面态度上的比较

	小学新教材（%）	小学其它教材（%）		小学新教材（%）	小学其它教材（%）
我的数学学得很好	86	80	我喜欢学数学	95	92
我希望学校多开些数学课	89	83	数学是我的强项	75	68
我觉得数学不难	82	78	我的数学进步很快	82	77

由表 10 可知，虽然两种教材的学生的数学学习态度都趋于正面，但使用小学新教材的学生的数学学习态度趋于正面的幅度比使用小学其它教材学生要大．

（2）初中．

表 11 展示了使用初中新教材的学生与使用初中其它教材的学生在数学学习正面态度上的比较．

表 11　使用初中新教材的学生与使用初中其它教材的学生在数学学习正面态度上的比较

	初中新教材（%）	初中其它教材（%）		初中新教材（%）	初中其它教材（%）
我的数学学得很好	59	59	学数学有助于解决日常生活中的问题	86	89
我觉得数学不难	68	67	学好数学有利于其它学科学习	88	88
数学是我的强项	51	50	学好数学才能考上理想的大学	60	61
我数学进步很快	65	61	我想获得一份与数学直接相关的工作	38	45
我希望学校多开些数学课	67	71	学好数学才能获得自己想要的工作	42	46
我喜欢学数学	80	80			

由表 11 可知，虽然使用两种教材的学生的数学学习态度大体上趋于正面，但对“数学是我的强项”，“我想获得一份与数学直接相关的工作”上，使用两种教材的学生的态度都趋于保守，两种教材都有超过 50%的学生不相信学好数学才能获得自己想要的工作．

4.4 不同课本在不同城市学生的数学成绩和学习态度差异

（1）小学．

① 数学成绩．

表 12 展示了不同城市使用小学新教材的学生与小学其它教材的学生在平均数学成就上的比较．

表 12　不同城市使用小学新教材的学生与小学其它教材的学生在平均数学成就上的比较

城市	平均成绩（%）	城市	平均成绩（%）
小学新教材华东 1（%）	77.9	小学新教材江苏 1 学区 1（%）	89.5
小学其它教材华东 1（%）	86.0	小学新教材江苏 1 学区 2（%）	81.9
小学新教材华东 2（%）	84.7	小学新教材江苏 2 学区 1（%）	92.5
小学其它教材华东 2（%）	79.1	小学新教材江苏 2 学区 2（%）	86.4
小学新教材华南（%）	80.2	小学新教材江苏 3 学区 1（%）	89.2
小学其它教材华南（%）	70.8	小学新教材江苏 3 学区 1（%）	84.1

由表 12 可知，两种教材不同城市学生的数学成就从70.8%到 92.5%，相差 21.7%.

② 数学态度.

表 13 展示了不同城市使用小学新教材的学生与不同城市使用小学其它教材的学生在数学学习态度上的比较.

表 13 不同城市使用小学新教材的学生与使用小学其它教材的学生在数学学习态度上的比较

	我的数学学得很好	我希望学校多开些数学课	我觉得数学不难	我喜欢学数学	数学是我的强项	我数学学得很快
小学新教材华东 1（%）	84.3	91.1	79.7	94.3	66.3	81.0
小学其它教材华东 1（%）	83.7	84.1	79.0	93.2	67.2	81.9
小学新教材华东 2（%）	86.8	91.9	83.5	94.6	76.9	86.9
小学其它教材华东 2（%）	74.9	85.2	80.7	93.6	72.1	75.1
小学新教材华南（%）	83.2	82.9	69.9	87.4	66.1	71.2
小学其它教材华南（%）	80.0	77.9	73.9	88.8	63.0	74.7
小学新教材江苏 1 学区 1（%）	88.0	92.9	94.7	98.3	79.5	92.3
小学新教材江苏 1 学区 2（%）	84.2	87.0	69.4	96.1	68.0	77.8
小学新教材江苏 2 学区 1（%）	90.8	90.4	86.4	96.2	84.9	88.4
小学新教材江苏 2 学区 2（%）	84.7	88.7	84.4	97.8	76.7	85.6
小学新教材江苏 3 学区 1（%）	86.9	87.6	96.7	95.6	85.2	82.0
小学新教材江苏 3 学区 1（%）	85.7	91.3	89.3	97.3	75.7	84.7

由表 13 可知，除了数学是我的强项不同城市相差较大，从 63.0%到 85.2%外，其它数学的正面态度不同城市的学生不仅较高，而且相差不大.

（2）初中.

① 数学成绩.

表 14 展示了不同城市使用初中新教材的学生与不同课本使用初中其它教材的学生在数学成就上的比较.

表 14 不同城市使用初中新教材的学生与使用初中其它教材的学生在数学成就上的比较

城市	平均成绩（%）	城市	平均成绩（%）
华南初中新教材（%）	79.6	华东 2 初中新教材（%）	89.3
华南初中其它教材（%）	74.1	华东 2 初中其它教材（%）	88.2
华东 1 初中新教材（%）	82.3	华北初中新教材（%）	77.2
华东 1 初中其它教材（%）	75.7	华北初中其它教材（%）	79.0

由表 14 可知，两种教材不同城市学生的数学成就从74.1%到 89.3%，相差 15.2%.

② 数学态度.

表 15 展示了使用不同城市初中新教材的学生与不同城市初中其它教材的学生在数学学习态度上的比较.

表 15　不同城市初中新教材的学生与使用初中其它教材的学生在数学学习态度上的比较

	华南初中新教材（%）	华南初中其它教材（%）	华东 1 初中新教材（%）	华东 1 初中其它教材（%）	华东 2 初中新教材（%）	华东 2 初中其它教材（%）	华北初中新教材（%）	华北初中其它教材（%）
我的数学学得很好	54.7	42.0	61.6	58.4	75.9	84.6	47.3	52.9
我觉得数学不难	67.1	56.4	69.8	63.3	76.7	79.9	59.9	68.1
数学是我的强项	49.8	39.8	56.5	49.8	59.7	64.8	39.7	45.3
我数学进步很快	48.1	61.6	61.3	65.9	82.0	79.9	51.7	57.3
我希望学校多开些数学课	60.4	73.1	62.9	63.5	72.9	68.0	72.9	80.3
我喜欢学数学	77.6	76.3	75.3	72.8	85.9	87.5	80.2	83.6
学数学有助于解决日常生活中的问题	86.4	91.5	85.7	88.1	82.6	78.1	86.7	95.9
学好数学有利于其它学科学习	87.3	87.5	89.3	88.1	91.4	90.9	82.9	85.6
学好数学才能考上理想的大学	61.8	62.0	64.3	63.6	75.4	72.7	44.0	44.5
我想获得一份与数学直接相关的工作	43.0	44.1	37.5	49.6	34.7	42.0	36.6	45.3
学好数学才能获得自己想要的工作	44.4	48.9	45.9	47.3	50.2	50.8	29.7	36.6

由表 15 可知，不同城市的学生在数学学习态度上相差较大．不同城市的学生在“我的数学学得很好”的百分比从 42.0%到 84.6%不等（相差 42.6%）；不同城市的学生在“数学是我的强项”的百分比从 39.7%到 64.8%不等（相差 25.1%）；不同城市的学生在“我数学进步很快”的百分比从 48.1%到 82.0%不等（相差 33.9%）；不同城市的学生在“学好数学才能考上理想的大学”的百分比从 44.0%到 75.4%不等（相差 31.4%）；虽然不同城市的学生在“我想获得一份与数学直接相关的工作”的百分比的差异不大，但都很低，从 36.6%到 49.6%不等(相差 13.4%)；不同城市的学生在“学好数学才能获得自己想要的工作”的百分比的差异较大，而且较低，从 29.7%到 50.8%不等（相差 21.1%）．

5　结论和进一步研究

从以上结果，我们可以得出如下结论：

小　　学	初　　中
小学学生数学成就 （1）使用小学新教材和其它教材的学生的数学整体水平明显高于其他国外（地区）的学生（略高于新加坡）． （2）使用小学新教材的学生在数和运算、代数、测量、几何，和概率统计均明显高于国外（地区）学生，并高于使用小学其它教材的学生．值得注意的是使用小学新教材在测量上水平较低，只达到 73.1%，且没有一个数学内容达到 90%．	初中学生数学成就 （1）虽然使用初中新教材和其它教材的学生数学整体水平明显高于国外（地区）学生．但使用其它教材的学生在题 1~16 高于初中新教材的学生，而初中新教材的学生在题 17~20 高于使用其它教材的学生． （2）在所有的数学内容上，使用初中新教材和使用其它教材的学生都明显地高于国外（地区）的学生．使用其它教材的学生在数和运算、代数、测量上高于使用初中新教材的学生，而在几何和概率统计上使用初中新教材的学生高于使用其它教材的学生．

小学	初中
小学学生数学内容成就 虽然使用小学新教材和使用其它教材的学生在所有认知水平上都高于国外（地区）的学生．但在数学推理上，其水平相对较低(使用小学新教材：60.4%，使用小学新教材：48.6%)．	**初中学生数学内容成就** 虽然使用两种教材的学生均高于国外（地区）学生，而使用初中其它教材的学生在数和运算，代数，测量上高于使用初中新教材的学生，而使用初中新教材的学生在数学推理上高于使用其它教材的学生．
小学学生数学态度 虽然两种教材的学生的数学学习态度都趋于正面，但使用小学新教材学生数学学习态度趋于正面的幅度比使用小学其它教材学生要大．	**初中学生数学态度** 虽然使用两种教材学生的数学学习态度大体上趋于正面，但“对数学是我的强项”，“我想获得一份与数学直接相关的工作”，两种教材的学生的态度都趋于保守；两种教材都有超过50%的学生不相信只有学好数学才能获得自己想要的工作．
不同城市的小学学生数学成就 两种教材不同城市学生的数学成就相差大，达21.7%．	**不同城市的初中学生数学成就** 两种教材不同城市学生的数学成就相差较大，相差15.2%．
不同城市的小学学生数学态度 除了“数学是我的强项”不同城市学生相差较大外，其它不同城市的学生的数学学习正面态度不仅较高，而且相差不大．	**不同城市的初中学生数学态度** 不同城市的学生在数学学习态度上相差较大．

总体上说，虽然使用小学新教材的学生成绩好于使用小学其它教材和国外（地区）的学生，但使用两种小学教材的学生在测量和数学推理方面水平较低，不同城市使用不同小学教材的学生的数学成绩相差大；初中学生，尤其是使用初中其它教材的学生在几何和概率统计上水平较低，不同城市使用初中教材的学生的数学成绩和学习态度相差较大；学生学习的正面态度由小学到初中有减弱的趋势．

关于测试的几点说明和评论：(1)关于测试题目的难易程度，需要指出的是，数学评价的目的是检测学生“会什么”和“能做什么”，而不是“不会什么”和“不能做什么”（用难题和怪题来难倒学生）．此测试的题目即是用来测试学生会什么和能做什么，属于应知应会的范畴，需要特别指出的是，学生的成绩并不如想象的高（小学：新教材84.4%，其它教材78.0%；初中：新教材82.1%，其它教材79.3%），尤其是初中部分因为测试的是九年级的学生，较其他测试者高一年级，但其结果不算理想．这表明，在所测的学生中，学生的水平与期望的水平的差距较大，也就是说还有相当一部分学生没有达到大纲所规定的应知应会的要求．如前所述，数学测试不是数学竞赛，其目的是找出影响学生数学成就的的因素，如教材、教法、教师培训以及其它相关因素，以便改革数学的教与学．此测试的结果是值得反思的；(2)以上的测试结果只代表抽样的地区，既不包含西部地区也不包含农村地区．从已知测试结果来看，无论小学教材还是初中教材，不同城市使用不同教材的学生在数学成绩和学习态度上已有较明显差异．以上的差异仅限于城市与城市之间，考虑到我国广大西部欠发达地区和农村在教育方面较为落后，可以推断，东西部地区之间和城乡之间在数学成绩和学习态度上的潜在差异，应该较已知的差异更大．这个问题同样值得反思；(3)初中学生正面学习态度与小学学生相比呈较大的下降趋势，反映了初中数学教学与实际联系的较少，尤其是认为“我的数学学得很好”，“数学是我的强项”，“学好数学才能获得自己想要的工作”，“我想获得一份与数学直接相关的工作”的比例下降很大，不难推断学生学习数学的信心随年龄增长而降低且学生缺乏将数学应用于实际的能力，另一方面，在提倡终生学习的今天，学生学习态度随年龄下降的趋势无疑是值得关注的．适量增加一些数学与科学相结合的综合课程和多开展课堂中的数学活动对学生提高认识数学的社会价值和提升正面态度是有帮助的．

需要指出的是，学生成就分析是包含多层面的，由于篇幅有限，省略了一些学生成就其它方面的比较，比如，学生性别的比较，学生对其它诸如课堂活动和校外活动的看法的比较，好、中、差学校之间的比较，等等．这些比较，如有机会，在以后的报告里，将一一向大家汇报．另外，这个报告的目的是希望首先将测试以总结的形式呈现给大家，后续

的进一步研究，我们将对影响学生数学成就的诸多因素作出相关分析，找出各因素之间的关系，以回答“为什么”这个问题.

6 研究的意义和局限性

这个报告对小学教材和初中教材学生的数学成就和部分学生学习态度做了一个轮廓式的总结,也可以说是提供了一份小学和初中一定范围内的成绩报告单．从长远的观点看，以成绩报告单的形式来衡量教材和教学的长处与不足不乏为一种有效的方法，因为它展示了一幅包含成绩和差距的图片，向广大教育工作者提供了课标贯彻的数据，从而使数学教育教，学，评价更趋完善．采纳《国际数学和科学研究趋势》和《国际学生评价项目》的测试内容的优势在于易于与世界其他国家进行比较，其不利因素是测试的题目有的与教学大纲不太相符．因此，从长远来看，建立一套自己的测试内容和手段，全国性的包含各个科目的国家成绩报告单的制度不但有必要，而且势在必行.

本研究的局限性在于数据的收集，因为数据收集基本以各地自己收集为主，且对数据收集人员缺乏必要的培训，对各地好、中、差学校的标准不统一，这些可能会对数据的分析有一定的影响，但不会影响数据的真实性，因为数据的真实性是从多方面衡量的.

致谢：这篇文章能够成文，我要十分感谢南京师范大学杨敬，苏文娟、武永江同学，部分南京市小学教师们，加州州立大学安毅同学，感谢他们在假期中间帮助输入数据．没有他们的帮助，这篇文章将不能及时完成.

[参考文献]

[1] International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Released Set Fourth Grade [M]. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2003.
[2] International Association for the Evaluation of Educational Achievement [Z]. 2003(b).
[3] Student Questionnaire: Grade 4 [M]. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2003.
[4] International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Released Set Eighth Grade [M]. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2003.
[5] International Association for the Evaluation of Educational Achievement [Z]. 2003(d).
[6] Student Questionnaire: Grade 8 [M]. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2003.
[7] Mullis I V S, Martin M O, Gonzalez E J, et al. TIMSS 2003 International Mathematics Report [M]. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2003.
[8] Program for International Student Assessment (PISA). The PISA 2003 Assessment Framework [M]. Organization for Economic Co-operation and Development, 2003.

Chinese Elementary and Middle School Mathematics Text Assessment: Reflections on International Mathematics Achievement Comparison

WU Zhong-he
(National University, the United States)

Abstract: Using student mathematics achievement, mathematics cognitive domain, and attitude toward mathematics learning can be effective ways to assess implementation of the standard-based mathematics curriculum. This article summarized fourth and ninth grade students' mathematics achievement, mathematics cognition, and mathematics attitude and compared the results to their international counterparts. Data were collected from 10 cities, 60 schools, and 7 777 students. The results showed that: 1) students did not reach the higher achievement as they were expected to, 2) there were high learning achievement and mathematics attitude gaps between students in different cities, and 3) students' mathematics attitude decreased as their age increased. The study indicated that integrated mathematics and science might enhance student mathematics attitude. It also suggested that establishing national level of mathematics teaching, learning, and assessment systems would help educators in implementing mathematics curriculum.

Key words: mathematics curriculum; mathematics text evaluation; mathematics teaching and learning; mathematics education assessment

[责任编校：周学智]

国外关于数学学习中多元外在表征的研究述评

唐剑岚[1, 2]

（1. 南京师范大学 数学与计算机科学学院，江苏 南京 210097；2. 广西师范大学 数学科学学院，广西 桂林 541004）

摘要：20世纪80年代以来，随着现代信息技术在教育领域的应用，多元外在表征的研究成了认知科学、教育技术、教育心理学等领域的热门话题．数学学习中多元外在表征的研究主要趋势是：综合运用多种理论和多种研究方法，深入探讨多元外在表征研究对数学学习的价值与意义，建构数学学习中多元表征研究的基本理论；系统思考各种因素探讨运用多元外在表征的教学设计，提高学习效率．

关键词：数学；多元外在表征；功能；效果

中图分类号：G40–059.3　文献标识码：A　文章编号：1004–9894（2008）01–0030–05

20世纪80年代以来，随着现代信息技术在教育领域的应用，多元外在表征的研究成了认知科学、教育技术、教育心理学等领域的热门话题．同样，表征的研究在国际数学教育领域也是一个鲜活的话题．数学教育心理学国际研讨组（International Group for the Psychology of Mathematics Education，PME），在1989年专门成立了表征的研究工作组．著名刊物*Journal of Mathematical Behavior*在1998年专辟两期刊发了表征研究的最新成果．随着信息技术被整合于数学教育中，近十几届的PME研讨组对表征的研究主要关注技术背景下多元表征对学习效果的研究．由于很多领域涉及表征研究，而且争议较多，要想较为完整地对表征的研究进行综述，几乎不太可能[1]．因此，本文围绕近20年来国外关于数学学习中的多元外在表征的含义、类型、特征、功能、对学习的影响与效果等相关研究加以梳理与简评．

1　多元外在表征的含义与形式

表征，用英语表示为Representation，在认知科学、教育心理学等领域中的含义是指用某一种形式（物理的或心理的），将一种事、物、想法或知识重新表示出来．因此，一定存在一个“表征”实体集合，也必定存在一个“被表征”的实体集合，表征的概念要求在这两个集合的特性或元素之间有一种映射（Mapping）关系[2]．表征是对客观事物的反映，又是被加工的客体．同一事物的不同表征形式，叫该事物的多元表征（Multiple Representations）．对数学学习中的多元表征的理解，见仁见智．Janvier[2]认为多元表征是指同一数学对象的不同表示形式，可以是心理的、主观的东西，这叫内在表征（Internal Representation）或心智表征（Mental Representation），譬如个体在头脑中建构数学对象的心像（Mental Images）等；表征也可以是外在于人脑的、客观世界的东西，这叫外在表征（External Representation），譬如言语、文字、符号、图片、具体物、活动或实际情境等．一个数学对象的多元表征好比星形的冰山，中心是此对象的核心概念，每一尖端对应着一个表征形式，而完整的一个对象就是整座表征结构的冰山，学生头脑中数学表征冰山的完善性是学生学会和会学数学的重要标志．Hieberrt和Carpenter[3]认为外在表征是指以语言、文字、符号、图片、具体物、活动或实际情境等形式存在的表征．内在表征是指存在于学习者头脑里而无法直接观察的心智表征或学习者拥有的心智结构．学习者通过外在表征可以表达出自己的想法而达到沟通和交流的目的，通过内在表征可以进行想象、推理等思维活动．Kaput[4]认为，当人们在谈及表征时，应该考虑表征了的事件、表征中的事件、表征了的事件正被表征的方面、表征中的事件正在表征的方面和两个事件之间的联系．表征研究除了关注表征活动过程，表征结果也同样重要．Goldin[5]认为，外在表征是从传统的数学符号系统（如数轴、笛卡儿坐标系）到结构性的学习情境（如那些包含具体操作活动的数学学习情境、基于电脑的微观学习环境）．内在表征则指学习者对于数学对象的意义赋予与建构，包括学习者的言语语义、心像、视空间表征、计划监控策略及启发法、数学的情感表征系统等．Cuoco和Curcio[6]认为，学习者若要理解某个数学结构，就必须在这个数学结构与一个更易理解的数学结构之间建立一个映射，而表征就是这个映射过程．它既不是表征的对象（被表征了的数学结构），也不是表征的目的（较易理解的数学结构），表征就存在于这种映射活动之中，表征是一个包含对象与其它对象相互转换的“组件”（Packages）．譬如，从电脑上输入的代数表达式不能称为表征，只有当代数式的运算与电脑外界情境的转换有了一种映射，才算是真正的表征．

综上，研究者主要是基于信息加工的过程来理解多元表征的．表征既可以看作加工的原材料、资源或载体，又可以看作加工本身或过程，还可以是加工的工具或产品．只是不同研究者侧重点不同而已．如果侧重的是加工本身，那么表征属于认知的过程．如果侧重的是加工的原材料或产品，那么将表征分为外在表征和内在表征是合适的，这是绝大多数研究者研究表征的基本出发点．尽管研究者对外在表征和内在表征的理解有些差异，但却有如下一致的看法：（1）外在表征是客观存在于学习主体外在的实体，具有客观性；内在表征是主体心智结构中的内在对象，具有主观性；（2）外在表征可以脱离于学习主体而存在，具有共享性；内在表征必须依赖于学习主体而存在，具有独特性；（3）外在表征是内

收稿日期：2007–12–13
基金项目：基础教育新课改与高师数学教育系列课程的整合研究（桂教高教[2006]194号）；数学教育研究及新课程实验专业支持（GNUJ200330）
作者简介：唐剑岚（1974—），男，湖南永州人，广西师范大学数科院副教授，南京师范大学数科院博士生，主要从事数学课程与教学论研究．

在表征之外化，内在表征是外在表征之内化；（4）外在表征与内在表征都具有多元性.外在表征的多元性表现为：① 表征的感觉通道形式的多元，可以是触觉表征（如折纸等动作表征）、听觉表征（如教师的言语等）和视觉表征（如书面语、课件动画等）；② 表征的计算属性的多元，可以是口语、书写文本、数学公式和逻辑表示等抽象形式；也可以是图形表征、图表表征、图像表征等形象形式；③ 表征的存在状态的多元，可以是静态的图片表征，也可以是动画等动态表征.内在表征的多元性具体表现为学习主体对外在表征内化在认知结构中的数学概念、数学命题、心像、心智模型（Mental Model）、视空间表征、图式和对数学的情感等.

2　多元外在表征的特点与功能

为什么要研究多元外在表征？多元外在表征究竟有怎样的功能？从上可知，每种表征都扮演不同的角色，它们或是思维运演的素材，或是联系、沟通的角色等.当然，只有恰当的外在表征才具有自身特有的功能.很多研究表明[1-7]：刻画数学对象的每种表征具有各自的特点与功能.口语、书写文本、数学公式和逻辑表示等表征虽然可以任意表达，但与约定内容紧密相关，而且包含反映关系的各种符号，能够描述和表达抽象的、逻辑的意义，这些表征既是人脑左半球的功能特点，也是左半球发展的外在促进.实物模型、图形、图表、图像等虽然不含有反映关系的各种符号，但却描绘了具体的、形象的、直觉的意义，便于人们较为快捷地“可视化”（Visualization）数学的整体结构和意义，这些表征既是人脑右半球的功能特点，也是右半球发展的外在促进.另外，不同的表征在表示信息上可能是等效的，但在思维运演和交流等功能上并不等效.譬如，实物模型、图形等表征适合于形象，直觉思维等非逻辑思维，有助于创新思维的培养；文字、符号等表征适合于逻辑思维，有助于逻辑、理性思辨的培养.再者，很多数学对象的具体表征具有优先性和典型性.譬如，同样表征“数”的概念，阿拉伯数字比较罗马数字具有优先性和典型性；再如，同样表征直角坐标系上的直线方程，在一般式表征 $ax+by+c=0$，点斜式表征 $y-b=k(x-a)$ 和斜截式表征 $y=kx+b$ 等中，斜截式表征 $y=kx+b$ 具有优先性和典型性.但有时优先性和典型性却扮演负面的影响[8].譬如，标准的几何图形或数学符号表达容易使学习者依赖典型，而产生错误的视觉判断或心理意义.总之，数学对象的多元表征的特征，在外在结构形式上如同冰山；在内容上，表征的丰富性以及相互联系性构成知识的网络结构；在方法上，表征间的转换（Transformations）或转译（Translations）体现了逻辑思维与非逻辑思维的互补.

由于数学学习内容的复杂性，单一外在表征往往难以充分揭示数学本质，研究多元外在表征的意义就是试图扬长补短地整合每种表征的特征与功能，发挥最大效益.Keller 和 Hirsch[9]研究指出，数学对象的多元外在表征能够具体形象地凸显一个数学对象的多元外在属性；能强化数学对象复杂性的一面，同时也可能淡化其复杂的一面；能够便于学习者对不同表征的认知联接.Ainsworth[10]综述了各个领域关于多元外在表征的研究，指出相比单一表征，多元外在表征具有 3 个显著的功能：其一，互补功能：这源于表征之间的差异及其生成的不同功能.不同的表征能够提供不同的信息，不同的表征能够支持不同的认知过程，因此多元外在表征能够提供学习者互补的信息和支持互补的过程.其二，限制解释：一方面，多元外在表征可以帮助学习者利用熟悉的表征帮助解释不太熟悉的表征，具体的表征帮助解释较为抽象的表征；另一方面，学习者可以利用一种表征的内在性质限制解释另外一种表征.其三，建构深度理解：首先，多元外在表征帮助学习者从多元具体形式中抽象知识或问题的内在结构；其次，多元外在表征扩大知识的范围和丰富知识的表征方式，从而在知识数量上拓展了学习者的认知结构.再次，多元外在表征提供不同表征间的相互联系、沟通与作用，联结不同表征成为网络结构，从而在质量上优化认知结构，建构深度理解.

3　多元外在表征对数学学习影响的研究

既然多元外在表征具有单一表征不可比拟的功能，那么多元外在表征对数学学习产生多大影响，是如何影响数学学习过程与结果的呢？如何通过教学设计，优化并组合多元外在表征促进有效学习等问题，一直是认知科学、教育技术、学科教育等领域研究者的旨趣.目前，研究者主要基于个案、心理实验等方法进行研究，研究主题主要集中在多元外在表征对数学理解、数学问题解决等影响机制的研究.

3.1　多元外在表征对数学理解的影响

数学理解是国外数学教育研究的核心话题之一，它与多元表征有着天然的联系.Hiebert 和 Carpenter[3]指出，如果一个数学概念、方法或事实被学习者理解了，那么它的内在表征成了认知结构的部分，内在表征相互联系的数目和强度决定了数学理解的程度.多元外在表征是数学本身的具体体现，内在表征是学习者建构该数学对象的各种心智表征.外在表征与内在表征之间存在着密切关联，外在表征影响学习者数学理解主要是因为多元外在表征的组合方式影响了学习者内在表征的建构，内在表征的水平影响外在表征的内化.Kaput[4]指出，多元外在表征之所以在数学学习中扮演着重要角色，主要是因为学习者经由可视化的过程，并与学习者原有的心智表征产生交互作用，进而生成新的结构或联接旧有的结构以整合成一较大的知识网络结构.影响学习者建构数学内在表征的网络或深度理解数学的主要因素是学习者在某个特定表征系统内的各种表征形式的操作与转换以及在表征系统间的转译.Janvier[2]指出，多元表征的恰当运用在一定程度上降低数学理解的难度，而且使得数学更具吸引力和趣味，但不恰当的运用反而对学习起反作用.Hitt 指出[11]，表征系统内的转换与系统间的转译并不容易发生.要想发挥多元表征的功能，有必要教会学习者对表征系统内的转换与系统间的转译，并帮助学习者分析和建立各种表征的语义网络系统.Goldin 和 Shteingold 也指出[6]，数学的外在表征并非孤立地被理解，而是各种形式的表征相互联系以及与内在表征的相互作用，从而促进学习者建构数学意义和理解.数学多元外在表征内化为多元内在表征的丰富性、联系性与结构性是数学深度理解的体现.Duval[12]指出，

表征和可视化是理解数学的核心，学习者通过可视化活动，将多元外在表征与内在表征不断转换与转译，而使得外在的数学符号系统成为内在数学符号系统的部分，从而促进数学理解．Ainsworth[10]指出，多元外在表征功能的发挥，需要考虑学习任务中多元外在表征的特点和学习者的基础．譬如，如果多元外在表征支持互补功能，那么需要学习者理解每种表征和知道选择恰当的表征，而不需要理解各个表征间的关系．

3.2 多元外在表征对数学问题解决的影响

多元外在表征对数学问题解决的影响是许多领域研究的主题．大量研究表明，各种外在表征对数学问题解决过程与结果有直接或间接的影响，这是由外在表征本身决定的．Zhang[13]指出，外在表征不同的问题能够引起内在表征相同的学习者完全不同的解题行为，而且这种影响未必都是通过内在表征机制来完成．外在表征通过两种机制在问题解决过程中起作用，一种是通过知觉系统直接觉察外在表征中那些不变的结构，减轻认知负荷，无需激活内部记忆系统某些复杂心理模型，无需推理等过程参与的情况下完成问题解决．另一种是通过激活内部复杂的认知过程，建立内部心理模型而生成问题空间．Cary 和 Carlson[14]研究表明，在问题解决过程中，如果外在表征可以利用的话，人们宁愿尽量少地利用内部工作记忆，以便付出最小的努力．Markman 和 Dietrch[1]指出，问题的外在表征方式具有多样性、丰富性，不同类型的问题表征方式适合于不同类型的心理加工过程．

如同对数学理解的影响，多元外在表征对问题解决的间接影响，主要是通过与内在表征相互作用实现的．Janvier[2]等指出，学习者面对外在表征必须考虑该外在表征是否与他的内在表征尽可能接近．其中各种表征间的转换与转译是解决问题的关键．Lowrie 和 Kay[15]证实至少在处理问题的最初阶段，解题者思考可能的解决方法时，他们或偏爱使用视觉表征或偏爱非视觉表征来解题．Alex 和 Micha[6]指出，多元表征的每种表征都有自己的优势和不足．不同偏好的学习者在问题解决时，运用不同的表征；在完成多重问题解决的任务时，如运用不同的数学表征、多种策略，会提高问题解决的成就表现．Große 和 Renkl[16]的研究却指出，一题多解对数学问题解决的成就表现并不能产生积极的影响，但具有多元表征的一题多解会对水平不同的学习者产生好的影响．

对多元外在表征对数学学习影响的研究，研究者主要是从心理学的视角，试图揭示多元外在表征影响数学学习的心理机制，为多元外在表征的教学提供科学的理论解释和实践指导原则．综合起来，研究指出：(1) 每种表征具有优势和不足，对数学学习也有不同影响；恰当的组合和运用多元外在表征对数学学习有着直接或间接的积极影响．(2)在影响学习的过程中，表征系统内各种表征的转换和表征系统间各种表征的转译过程是十分关键的因素，这暗示运用多元外在表征进行教学时，表征的转换和转译是重要的教学目标．(3)在具体学习情境中，多元外在表征影响学习者数学学习的程度，不仅要考虑多元外在表征本身功能，而且要考虑学习任务的特点和学习者的个体差异(学习者的内在表征水平、学习者对外在表征的偏好等)．

尽管多元外在表征对数学学习影响的研究给多元表征的教学设计提供了很多的启发，但下面的几点值得进一步思考．(1) 多元外在表征对数学理解影响的研究表明，学习者通过内化多元外在表征并与已有的内在表征发生相互作用，进而促进或影响学习者对数学的理解．这些研究主要是基于个案和定性描述的方法进行的，但多元外在表征究竟有多大程度影响数学理解，如何结合学习者的内在表征水平进行教学设计等研究有待深入研究．这些问题的研究需要在研究工具和研究方法上突破，才能得到解决．譬如，如何评估学习者数学理解的程度，如何刻画学习者的内在表征结构等问题，需要新的研究工具．我们认为借鉴新近发展的概念构图(Concept Mapping)[17]整体评估内在表征状况和数学理解程度可能是一种可取的工具．另外，大多研究方法单一，很少采用多种研究方法进行三角验证，既注重实证方法，也重视定性分析和个案分析，将多种研究方法结合起来对表征研究是重要的方法论取向．(2) 关于多元外在表征对数学问题解决影响的研究，研究者主要来自认知科学、教育技术等领域，他们主要运用心理实验研究方法，这是一种值得借鉴的研究方法．但心理实验研究主要发生在严格意义的心理实验情境或基于多媒体系统的实验情境，被试样本数较小，生态效度、外推效度与理论概括性受到威胁．这预示今后需要在类似或日常教学情境下实验，以增加外推生态效度．(3) 研究多元外在表征对学习的作用或影响，仅仅关注数学理解和问题解决等认知领域是很难全面评估多元表征的价值与意义的．考虑多元外在表征对学习者非认知因素的影响是今后研究的一个视角．

4 多元外在表征的运用对数学学习的效果研究

尽管恰当的多元外在表征具有强大功能，直接或间接影响学习者的数学学习，但这毕竟是一种心理实验的结论或应然的结论．那么在真实教学情境中，运用多元外在表征进行教学对数学学习会产生哪些效果，有哪些因素影响学习效果等问题是很多数学教学实践者和教育研究者所关注的．研究者主要关注的是图形计算器、动态几何系统(Dynamic Geometry Systems，DGS，譬如几何画板)、计算机代数系统(CAS)等动态软件的运用对数学学习的效果，因为这些软件是将数学可视化和多元外在表征集成于一体的平台．研究主要运用个案、(准)教学实验等方法．Ellington[18]就图形计算器被整合于教学的效果，对 54 个课堂教学实验(80%是随机实验)进行了元分析，指出整合的教学能够提高学习者成绩 10~20 个百分点，明显地提高了学习者数学理解和问题解决能力，对改善学习者的学习态度也产生了显著的作用．Khoju[19]就图形计算器的多元表征的动态数学功能对学习者代数学习的效果进行元分析，指出教学中运用图形计算器显著地提高了学习者的代数成绩．Goos[20]等研究表明，运用图形计算器能促进小组合作探究，提高数学理解水平，并指出教师对数学本质与教学法的理解是成功运用多元表征的关键．Ferrara，Laborde[21]等回顾了 30 多年来 PME 关于多元表征技术对数学学习领域(代数、微积分、几何等)的效果研究时指出，多元外在表征技术的运用产生应有的学

习效果，需要综合考虑 4 个维度：技术背景下的数学本质、技术如何支持数学认知、学习任务与教师的角色．这也实际上指出，技术背景下探讨多元外在表征运用的效果需要考虑多个因素的交互影响．

研究多元外在表征的运用对数学学习的效果主要发生在真实的教学情境中．研究者在证实多元外在表征的教学功能与价值．一方面，研究得到的结论主要有两个：（1）多元外在表征的运用对学习者的认知和非认知因素都产生了一定程度的影响，收到了较好的效果．（2）人们意识到教学是个复杂的系统，优化的、集成的多元外在表征的应然功能要产生应有的学习效果，需要考虑多种因素的影响，譬如教师是否能够整合各种学习理论，改变教学方法和策略就是一个十分重要的因素．但另一方面，下面的几点值得进一步思考：（1）就研究主题内容而言，研究者仅仅关注技术背景下集成多元表征的动态软件的功能与价值，探讨多元外在表征的运用对学习产生效果是很局限的．事实上，平常的学习环境充满多元外在表征，譬如教师的言语表征、书面的图形表征、学习者的动作表征等，教学如何优化和组合这些表征，提高学习效果等问题就很值得探讨．（2）就研究方法而言，研究者主要运用教学实验，研究者常常将教学方法和策略作为干预变量处理．这样就自然引起关于实验效果的问题：教学实验的效果究竟是由于教学方法和策略的改变引起的，还是由于多元外在表征的运用或本身功能引起的？也就是说，学习效果产生的"因果关系"难以确认．我们认为，证实多元表征的运用效果，不仅关注学习结果，更要关注学习过程．所以，教学实验尽管具有一定的生态效度，但证实多元表征运用的有效性，需要考虑多变量实验设计，并结合多种研究方法进行研究，才更有说服力．

5　数学学习中多元外在表征的研究基本趋势

从以上述评中看出，多元外在表征研究显示出了应然的理论价值和实际的教学指导意义与效果．综观已有的研究，除了上述的进一步思考外，目前无论是多元外在表征研究的理论基础问题，还是多元外在表征本身理论应用的研究取向问题，都是今后研究的主题．

就多元外在表征研究的理论基础而言，数学教育研究者主要基于数学表征的符号系统（Representational Semiotic Systems）[12]理论进行多元表征的研究．而其它领域的研究者主要持认知的信息加工观，认为至少源于信息加工理论的认知负荷理论（Cognitive Load Theory）与多媒体认知理论（Multimedia Cognitive Theory）是多元外在表征研究的重要理论基础．另外，20 世纪 90 年代中期出现的分布式认知观（Distributed Cognitive Theory）[22]是认知研究的新范式．该理论与最近认知神经科学关于工作记忆模型的最新研究成果、学习心理研究关于情境学习理论、教学研究关于合作学习的研究有异曲同工之理．我们认为仅仅基于某一种理论研究多元外在表征是有局限性的，需要基于多种理论解释或指导多元表征的研究．譬如，Mayer 和 Moreno[23]等基于多媒体认知理论，进行了大量实验，提出了避免注意分散、消解冗余、促进主动加工等 9 条原则和策略．再如，Sweller[24]等基于认知负荷理论，进行了大量实验，提出了很多降低无效认知负荷和增加有效认知负荷的教学原则或策略．这些理论与实验研究成果对运用多元外在表征进行教学有很强的指导价值．总之，运用单一的理论指导多元表征的研究是有局限的，这预示今后的理论研究取向将呈现多元化．各种理论相互渗透、相互补充，为数学学习中多元表征的深入研究提供了广阔的视角．

就多元外在表征本身理论的应用研究而言，研究者已经逐渐意识到，问题不在于多元外在表征与单一表征比较，是否对学习更有效，而是要全面考虑影响多元外在表征运用有效性的各种因素．研究主题逐渐从过去只关注实验情境中多元外在表征对学习影响的研究，转向在真实、日常教学情境中向多元表征学习（Learning from Multiple Representations）和用多元表征学习（Learning with Multiple Representations）的研究．研究关注的不仅仅是有效的学习结果，更重要的是学习过程与学习效率[10, 23-24]．

综上，我们认为目前下面两点将是数学学习中多元外在表征的研究主要趋势：（1）综合运用多种理论和多种研究方法，深入探讨多元外在表征研究对数学学习的价值与意义，建构数学学习中多元表征研究的基本理论．（2）系统思考各种因素探讨运用多元外在表征的教学设计，提高学习效率．这些因素至少包括数学学习任务的特点（数学多元外在表征的功能与特点）、学习者原有的内在表征水平（学习者多元内在表征的功能与水平）、学习者的认知风格维度（学习者对数学多元表征的偏好）、学习者的认知参与、行为表现和情感体验、数学信念等非认知因素（教学引起的学习者的学习参与）．

[参 考 文 献]

[1] Markman A, Dietrich E. In Defense of Representation [J]. Trends in Cognitive Sciences, 2000, (4): 470–475.

[2] Janvier C. Representation and Understanding: The Notion of Function as an Example [M]. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1987.

[3] Hiebert J, Carpenter T P. Learning and Teaching with Understanding [A]. In: Grouws. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning [C]. New York: Macmillan, 1992.

[4] Kaput J J. Representations, Inscriptions, Descriptions and Learning: A kaleidoscope of Windows [J]. Journal of Mathematical Behaviour, 1998, 17 (2): 266–281.

[5] Goldin G. Representational Systems, Learning, and Problem Solving in Mathematics [J]. Journal of Mathematical Behavior, 1998, 17(2): 137–165.

[6] Cuoco A A, Curcio F R. The Roles of Representation in School Mathematics [M]. Reston,VA: National Council of

Teachers of Mathematics, 2001.

[7] Schnotz W. Towards an Integrated View of Learning from Text and Visual Displays [J]. Educational Psychology Review, 2002, 14(1): 101–119.

[8] Harada K, Gallou-Dumiel E, Nohda N. The Role of Figures in Geometrical, Proof-problem Solving-students' Cognitions of Geometrical Figures in France and Japan [R]. Proceedings of the Twenty-fourth PME Conference, 2000.

[9] Keller B A, Hirsch C R. Student Preferences for Representations of Functions [J]. International Journal of Mathematical Education in Science & Technology, 1998, 29 (1): 1–17.

[10] Ainsworth S. A Conceptual Framework for Considering Learning with Multiple Representations [J]. Learning and Instruction, 2006, 16: 183–198.

[11] Hitt F. Representations and Mathematics Visualization [M]. Mexico: Cinvestav-IPN, 2002.

[12] Duval R. Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking [R]. Proceedings of the 21st PME, 1999.

[13] Zhang J. The Nature of External Representations in Problem Solving [J]. Cognitive Science, 1997, 21(2): 179–217.

[14] Cary Melanie, Carlson, Richard A. Distributing Working Memory Resources During Problem Solving [J]. Journal of Experimental Pscyhology: Learning, Memory, and Cognition, 2001, 27(3): 836–848.

[15] Lowrie T, Kay R. Relationship between Visual and Nonvisual Solution Methods and Difficulty in Elementary Mathematics [J]. The Journal of Educational Research, 2001, 94(4): 248–255.

[16] Große C S, Renkl A. Effects of Multiple Solution Methods in Mathematics Learning [J]. Learning and Instruction, 2006, 16: 22–138.

[17] Yin Yue, Shavelson, Richard J, et al. Comparison of Two Concept-mapping Techniques: Implications for Scoring, Interpretation, and Use [J]. Journal of Research in Science Teaching, 2005, 42(2): 166–184.

[18] Ellington A J. A Meta-analysis of the Effects of Calculators on Students' Achievement and Attitude Levels in Precollege Mathematics Classes [J]. Journal for Research in Mathematics Education, 2003, 34(5): 433–463.

[19] Khoju M, Jaciw A, Miller G I. Effectiveness of Graphing Calculators in K-12 Mathematics Achievement: A Systematic Review [M]. Palo Alto. CA: Empirical Education, 2005.

[20] Goos, Merrilyn, Peter and Geiger, et al. Perspectives on Technology Mediated Learning in Secondary School Mathematics Classrooms [J]. Journal of Mathematical Behavior, 2003, 22(1): 73–89.

[21] Gutierrez A, Boero. Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future[M]. Sense Publishers, 2006.

[22] Zhang J J, Norman D A. Representations in Distributed Cognitive Tasks [J]. Cognitive Science, 1994, 18(1): 87–122.

[23] Mayer R E, Moreno R. Nine Ways to Reduce Cognitive Load in Multimedia Learning [J]. Educational Psychologist, 2003, (38): 43–52.

[24] Sweller J. Instructional Design Consequences of an Analogy between Evolution by Natural Selection and Human Cognitive Architecture [J]. Instructional Science, 2004, (32): 9–31.

Synthesis of Researches on MERs in Mathematics Learning in Foreign

TANG Jian-lan[1,2]

(1. Mathematics and Computer Science Institute of Nanjing Normal University, Jiangsu Nanjing 210097, China;
2. Mathematics Institute of Guangxi Normal University, Guangxi Guilin 541004, China)

Abstract: Researches on multiple external representations (MERs) in mathematics learning had become flourishing topics in the last two decades. Based on recent researches on MERs in mathematics learning in foreign education, this paper synthesized the meanings, types, characteristics and functions of MERs in mathematics, the mechanisms of MERs influencing mathematics learning, effects of learning with MERs. And then the paper provided some considerations for future researches.

Key words: mathematics; multiple external representations; functions; effects

[责任编校：陈汉君]

构建有效促进数学理解的学习活动的研究与实践

吴绍兵[1,2]，李广修[3]，赵丽宏[4]

（1．北京师范大学 数学科学学院，北京 100875；2．宿迁学院 二系，江苏 宿迁 223800；
3．无锡市第一中学，江苏 无锡 214031；4．江苏省宿迁中学，江苏 宿迁 223800）

摘要：理解困难是学生学习数学的最大障碍，数学理解形成的条件是学生的自主活动．“说数学、扎实有效地解题、变式练习、将知识系统化”是促进理解的有效活动，并应纳入正常的教学活动有计划地实施，并遵循“机会均等、分层次、平和性、长期性”原则，把对学生活动成就的评价作为一个不间断的过程整合进教学过程．

关键词：数学理解；学习活动；评价激励
中图分类号：G424.1　文献标识码：A　文章编号：1004-9894（2008）01-0035-03

1 问题提出

勿庸置疑，在数学学习中，理解是第一位的，因此，“数学理解”成了当前国内外数学教育研究的中心话题[1]．客观地说，虽然教师和学生对数学的教与学都付出了巨大的努力，但理解困难仍然是学生学习数学的最大障碍．究其原因，一方面，我们的教学方式还不能最有效地促进学生理解数学，传统的“定义（定理）——实例——练习——习题”教学方式只关注学生能否依据固定的模式得到答案，定位在工具性、操作性理解水平上[1-2]；另一方面，学生数学学习中的被动地位还未得到根本改变，教师试图通过多讲、细讲来提高学生的理解水平，学生的数学知识来自教师的给予，学生所要做的只是接受和模仿．结果是，学生学得很苦，但并没有获得很好的数学理解[2]．

对“数学理解”的理论研究取得了许多重要的成果，但大多是在理论层面上“坐而论道”，所提出的教学策略过于笼统，缺乏针对性[3]，对如何具体操作以及学生怎么学研究不够．本文拟从学生的角度以及操作层面对如何促进学生数学理解进行探讨．

2 有效促进数学理解的学习活动

理解一个数学知识，就是调动自己已有的、适当的知识去同化这个新知识，把它与自己原有的知识形成合理和本质的联系（奥苏伯尔）．数学理解的形成必须以学生自主活动为基础[4]．但在通常情况下，一些学生特别是中差生，学习的自觉性、主动性以及深入程度都不够，理解效果差．数学教学必须改善学生的学习状态，让学生真正地动起来．我们认为，强化“说数学、扎实有效地解题、变式练习、将知识系统化”等4种学习活动能有效地促进学生的数学理解．

2.1 说数学

“说数学”是指用自己的语言叙述数学知识，内容包括数学概念、命题、公式、原理、方法和解题过程．叙述要完整、准确、流畅，能对叙述的内容作适当解释，经得起老师和同学进一步追问．

“说数学”对于促进学生理解数学有着重要意义．只有理解了的东西才能用自己的话说出来，而为了能够说出来，学生必须认真领会所要叙述的内容．具体表现在：（1）促进记忆．记忆是理解的基础，是最基本的认知能力层次，而“口诵”是记忆的基本方法；（2）检查评价．通过学生的叙述，教师可以了解学生对知识的理解程度；(3)纠错．通过表述，学生对数学知识理解的缺陷得以暴露并得到纠正；(4)启发交流．对同一个问题，不同的学生有不同的理解，一个人的叙述可以对其他学生产生启发．

2.2 扎实有效地解题

解题是促进理解的最有效途径．学生每天都要做大量的习题，但以下事实不可忽视：（1）做不等于理解．张奠宙教授指出，学生固然有在理解的基础上做题的，也有在不理解的情况下做题的．而通过机械记忆模仿做题，很难深刻理解数学知识和思想方法[2]．（2）做的多不等于理解的深，题海无助于学生形成深刻理解[5]．（3）把不会做的题目空着或抄袭作业等现象屡见不鲜，这样的“做”当然不意味着理解．因此，要使解题能真正促进理解，必须要求解题活动扎实有效．具体地说，就是真正地去做完、做好每一道题，过程完整、步骤齐全、言之有据，不懂就问（查），不留空白、不抄袭．

2.3 变式练习

变式是指对数学概念和问题进行不同角度、不同情形的变换，凸现概念的本质属性和清晰的外延，突出数学问题的结构规律，揭示知识的内在联系．变式练习是指把上述变式材料以书面作业的形式提供给学生，学生在完成作业的过程中，通过多角度地分析、联系、比较，把握概念的本质属性，掌握问题的恰当分类以及相应的解题方法[6]，丰富问题解决的策略和经验，获得对数学对象的理解．变式练习包括“概念变式”和“问题变式”[6]．概念变式是指通过变换概念的非本质属性来突出概念的本质属性，或者通过“非概念变式”来明确概念的外延[7]．问题变式是指对数学问题的“表层结构（事实性内容）”多层次的变式构造，凸现其“深层结构（数学结构）”[6]，内容包括一题多解、一题多变、一法多用．反例变式（纠错）是变式练习常用的形式．美国心理学家罗丝

收稿日期：2007-10-27
作者简介：吴绍兵（1962—），男，江苏宿迁人，副教授，北京师范大学高级访问学者，主要从事数学教学论研究．

(C. C. Ross) 等指出，反馈学生作业中的错误在学习过程中的效果是很显著的，而且这种反馈适合于所有学生.

2.4 将数学知识系统化

将数学知识系统化是指把零散学习的数学知识按照一定的结构组织成网络，以体现不同知识之间的相互联系，主要有单元总结、专题总结等形式.

数学是一个组织结构良好的系统[8]，理解数学知识，既包括对这个知识本质属性的认识，也包括掌握它与其它知识的联系. 要对知识形成深刻的、真正的理解，这意味着学习者所获得的知识是结构化的、整合的，而不是零碎的[4]. 零散无序的知识会使学生头脑混乱. 就题论题、不讲联系会使学生的理解停留在低层次的水平上. 数学教学应该努力让学生的认知结构系统化[8].

我们之所以选择上述 4 种方式作为促进数学理解的活动是基于以下考虑：(1)这些活动是学生学习数学常用的基本的活动，我们只是在教学中予以强化；(2) 在明确任务和要求的条件下，活动可由学生自主完成，发挥了学生的主体作用；(3) 活动可以在老师的掌控下有计划地进行，体现了教师的主导地位.

3 活动的实施

3.1 具体做法

(1) 说数学.

每天4分钟提问 每天上课结束前，围绕本节课重点内容和下节课将要用到的主要知识布置思考题，下节课前 4 分钟用来随机提问，要求学生用自己的语言准确流利地回答.

板演并讲解习题 从作业中选择一些题目，随机选择学生上台讲解，其他同学可对该生的讲解进行补充或纠正. 这项活动安排在单元复习课上进行.

(2) 检查学生的解题质量.

解题是学生学习数学的主要方式. 我们不能苛求学生在每次完成作业时一步到位，但必须要求他们在一定的时限内把上次的欠缺补上. 以往我们只是对学生作口头要求，既不留时间让学生消化补缺，也不督促检查. 学生往往习惯于去做新布置的作业而把前面的欠缺长时间甚至永远留着. 我们采取“回头抽测”来督促学生提高解题质量. 随机抽取部分学生 (10~20 人) 测验，考题出自近阶段学生做过的练习，每人随机抽取 1~2 题，时间控制在 5~10 分钟. 抽测安排在单元复习课上进行.

(3) 变式练习.

概念变式作业 对容易产生混淆、误解的概念进行变式教学设计，编制成是非题、判断题、说理题供学生练习.

纠错训练 选择学生作业中具有代表性的错误制作成讲义提供给全体同学，让学生从中找出错误，分析原因，并订正.

解题总结 由老师命题，组织学生总结某类问题的解决方法 (一题多解)、总结某个思想方法能够解决哪些问题 (多题一解)；或对具有某种共同特征的习题进行归类 (一题多变).

(4) 组织学生构建知识网络.

由老师命题，学生按单元或专题对所学的数学知识、思想方法进行总结. 学生根据自己的爱好，可选择编制单元知识结构图、表或提纲等形式，可以使用参考书，也可以互相讨论，在规定时间内提交手工书写的作品.

刚开始，许多学生不会做专题总结，教师可提供范例供学生参考、模仿，在学生的作品中选取典型作品在全班交流、观摩、点评、修改. 经过几次练习，学生的专题总结渐渐有了模样. 学生也可以自主命题进行总结.

3.2 需要注意的几项原则

构建促进理解的学习活动是一项系统工程，既要面向全体学生，又要注意学生之间的差异，并与正常的教学活动相协调，应遵循以下原则：

(1) 机会均等原则.

为了克服数学成绩较差的学生在集体活动中无发言权现象，我们一方面尽可能扩大活动参与面，另一方面采取现场随机抽号来决定活动参与者.

(2) 分层次原则.

不同水平的学生完成不同水平的任务；如果学生完成任务有困难，有 1~2 次的重新选题的机会，鼓励成绩较差的学生参与数学活动；专题总结应在学生的“经验范围”内进行，学生独立完成有困难时老师应给予适当帮助.

(3) 平和性原则.

平和性是指不改变现有教学模式，把活动镶入正常的教学过程中，把平时对学生的一般号召变成有组织、有计划的活动，把学生个人的学习行为变成集体行为，不增加学生的学习负担，师生都能适应.

(4) 长期性原则.

长期性是指把上述活动作为一种教学方式 (学习方式) 长期坚持下去，制定学期活动计划，定期公布阶段活动任务，让学生准备时有所侧重. 克服活动的随意性，防止虎头蛇尾、不了了之. 这需要活动具有可操作性.

3.3 对学生活动成就的评价与激励

为了提高活动成效，我们对学生的活动成就进行量化评价. 既运用非正规评价 (平时提问、检查)，也运用正规评价 (单元考试、学期考试)；既评价源于课堂交互的信息的精细实录，也评价书面作品[4]. 目的是充分发挥评价的监督与激励功能. 要理解一个数学知识，学生首先要有“理解的意向”[9]. 理解意向既来自学生的兴趣，也来自外部环境. 我们把评价作为一个不间断的过程整合进教学过程之中[4]，把学生理解成就的展示与评价置于班级集体的公众关注下，外部压力促使学生认真对待数学学习，努力理解每一个数学知识.

对学生的活动成就进行量化打分是比较难以操作的环节. 我们原来设想师生共同评议打分，安排专人记分、算分，但实际操作很麻烦，耗时过多. 经过摸索，我们对打分环节进行了改进. 学生的书面作品由老师批阅、打分，学生的课堂活动表现由老师现场当众打分，学生把自己分数记下来，下课交给老师，由老师按阶段结算，得分较高的学生当选“数学明星”，对得分较差的学生，我们也给予“惩罚”，“惩罚”

是轻微的、人性化的甚至是游戏性的. 虽然打分环节仍然比较费事，但由于找不到更好的方法，我们还是坚持了下来.

4 效果分析

4.1 成绩的变化

本文的第一作者曾担任学校高等数学竞赛集训班教练，在该班进行了实验，效果显著：该校学生参加江苏省第八届非理科专业大学生高等数学竞赛，一、二、三等奖获奖人数和获奖比例高居全省同类学校第一.

第二作者所带班级的学生，在没有接受专门辅导的情况下参加学校数学竞赛，取得了个人成绩第一和班级均分第一的好成绩. 在学校历次考试中班级整体成绩较好，高分人数具有明显优势.

第三作者任教班级的学生数学成绩进步很大，从原来接手时的下游水平上升为年级领先水平，她本人已被列入该校骨干教师培养计划.

4.2 学生的情感和态度及学习方法的变化

我们感到，开展活动以来，学生的学习态度有明显变化，许多同学由原来的被动学习变为主动学习. 遇到不理解的概念、不会做的习题能主动提问、讨论、查资料，而不是放在那儿搁着. 以前只关心题目怎么做，现在还关心为什么这么做. 大多数学生都觉得自己在原有基础上有显著进步，做题时脑子清楚多了，学习数学轻松多了，自信心增强了.

4.3 活动的局限性

首轮实施活动时教师的工作量较大；师生之间需要时间来磨合；展示学生作品需要有先进的印刷设备或实物投影设备. 部分数学基础较差的学生参与活动较为吃力，进步不明显，少数学生不配合实验. 在中学数学教学中这项活动效果显著，而在高校一般教学班的实验并不成功.

[参 考 文 献]

[1] 马复. 试论数学理解的两种类型[J]. 数学教育学报，2001，10 (3)：50-51.
[2] 王光明. 关于学生数学认知理解的调查和思考[J]. 当代教育科学，2005，(23)：64.
[3] 张文辉，王光明. 数学认知理解的研究综述[J]. 曲阜师范大学学报，2005，1 (1)：123.
[4] 吕林海. 数学理解之面面观[J]. 中学数学教学参考，2003，(12)：2，4.
[5] 王光明，王建蓉. 数学教学中促进学生认知理解需要注意的几个问题[J]. 教学与管理，2004，(1)：46.
[6] 郑毓信. 变式理论的必要发展[J]. 中学数学月刊，2006，(1)：2.
[7] 鲍建生，黄荣金，易凌峰，等. 变式教学研究[J]. 数学教学，2003，(2)：6.
[8] 钱从新. 联系促进数学理解的教学[J]. 数学通报，2005，(7)：18.
[9] 王爱珍. 数学理解及理解障碍的探究[J]. 广东教育学院学报，2004，5 (2)：28.

Research and Practice on Constructing Learning Activities to Promote Math Understanding

WU Shao-bing[1, 2], LI Guang-xiu[3], ZHAO Li-hong[4]
(1. Mathematics Science College of Beijing Normal University, Beijing 100875, China;
2. 2nd Department of Suqian College, Jiangsu Suqian 223800, China;
3. Wuxi No.1 Middle School, Jiangsu Wuxi 214031, China;
4. Suqian Middle School, Jiangsu Suqian 223800, China)

Abstract: The difficulty in understanding was the main barrier to the learning of mathmatics, and the must of the forming of math understanding was students' self-directed activity. Math speaking, sound and effective problem-solving, variant exercises and knowledge systimatization were all the activities that could promote the understanding. Therefore, they should be adopted in ordinary teaching, in accordance with the principle of "equal opportunity, multi-level, smoothness and chronicity". Meanwhile, students' achievement assesment should be used as a continual process in math teaching.

Key words: math understanding; learning activity; assesment bestiring

[责任编校：周学智]

第17卷第1期
2008年2月
数学教育学报
JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION
Vol.17, No.1
Feb., 2008

高中生数学反思能力培养的基本模式与实践探索

张定强[1]，赵宏渊[2]，杨 红[1]

（1．西北师范大学 教育学院，甘肃 兰州 730070；2．武威职业学院，甘肃 武威 733000）

摘要：在数学新课程不断深入进行的新形势下，日常的教学实践活动有意识地对学生进行数学反思能力的培养是时代发展的必然要求．反思要渗透在激疑、示范、训练、评价等教学环节中，并要在实践中不断优化这些环节，总结经验，使学生的数学反思能力不断提高．

关键词：反思；激疑；示范；训练

中图分类号：G632.0 **文献标识码**：A **文章编号**：1004-9894（2008）01-0038-05

1 问题提出

反思是数学思维活动的核心与动力（弗赖登塔尔），也是数学思维活动的主要形式之一（D. Dall）．由此可见，数学思维活动的顺利开展离不开反思的参与．我们长期从事中学数学教学与研究工作，通过调查发现，中学生普遍存在反思意识淡薄、反思方法缺乏、反思能力不强等现象（本文中的反思意识是指反思者自觉的心理活动，反思方法是指反思者进行反思时所使用的策略或者途径，反思能力是指反思者完成反思活动时所必须的个性心理特征），直接影响着学生数学素质的提高和创新意识、创造能力的发展．为此，我们以“高中生数学反思能力培养”为课题从2003年9月开始进行了一年多的模式探讨与实践探索，试图通过微型实践寻求培养高中生数学反思能力的基本模式以及提升高中生数学反思能力的一些具体策略．

2 研究对象方法和步骤

2.1 研究对象方法

研究对象是某中学2003级高一4班学生（60人）与高一3班（61人）学生，学生入校时是随机分成的自然班，大多数学生来自农民家庭．

研究方法主要采用观察法、问卷调查法、文献法、访谈法和行动研究法，在自然状态下进行数学反思能力培养研究．资料的收集主要从课堂观察、问卷调查、访谈和作业分析中获取．资料的分析采用行动研究所倡导的三角分析技术．资料的整理从横向和纵向两个方面进行，在定性研究的基础上辅以量化研究．

2.2 研究步骤

第一步：通过文献分析、观察、问卷调查等弄清反思的实质以及困扰高中生数学反思能力形成的原因，搜集整理能够促进学生反思能力提高的方法，进而形成高中生数学反思能力培养的基本模式；

第二步：通过问卷调查研究高一新生数学反思能力现状，确定高中生数学反思能力培养的切入点，制订研究计划；

第三步：以课堂为主阵地，通过激疑促使学生反思，认识反思的重要性和必要性；

第四步：通过课堂示范使学生了解一些反思的技能和方法，布置适当的反思作业让学生模仿学习，体验反思；

第五步：利用各种时机，向学生介绍一些反思的技巧和方法，进行强化训练；

第六步：应用问卷，课堂观察，反思作业收集学生对各种反思方法的理解、应用和掌握情况，了解反思存在的问题，制订改进的策略；

第七步：探索高中数学教学中培养学生反思能力的途径与方法，收集实施这些途径方法的有效性信息，改进实践策略．

3 模式建构

通过文献研究与对长期教学实践的总结，在问卷调查、观察、访谈、作业分析等调查研究的基础上，我们构建了如下培养学生数学反思能力的基本模式（见图1）：

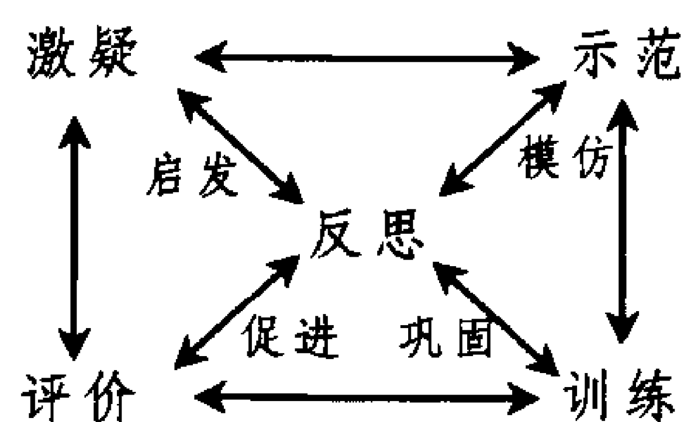


图1 数学反思能力的基本模式

这个模式反映了培养学生数学反思能力的一个完整过程，包括激疑、示范、训练、评价4个教学环节，以反思为核心．反思主要是由“感到有问题或困难”而启动的，是认知者对自身数学思维活动过程和结果的自我觉察、自我评价、自我探究、自我监控、自我调节，是一种高层次的思维活动，它对数学认知活动起指导、支配、决定、监控的作用[1]．而反思则渗透到教学环节之中，因而强化各个环节中的反思意识，对数学反思能力的形成和发展起着十分重要的作用．

由于反思是由“感到有困难或问题”而启动的，所以让学生意识到数学学习中问题的存在，从心理上产生一种困惑感，形成一种无所适从的感觉，产生一种变革的心理倾向，是培养学生数学反思能力的第一关，这就需要激疑；然后逐步引导学生认清存在的困难或问题的实质，使被动反思变成

收稿日期：2007-12-21

基金项目：全国教育科学“十五”规划重点课题——新课程改革中教学评价的有效性分析及发展性机制研究（DHA050109）

作者简介：张定强（1963—），男，甘肃天水人，教授，主要从事数学教育理论研究．

主动反思，促使他们对学习数学的方法和策略的有效性进行重新估计、评价，进入反思状态；通过激疑促使学生产生强烈的反思需求，为学生进行反思性学习提供了一个很好的心理基础，然而缺乏反思的方法和反思的体验仍是重要的问题，这就需要示范，让学生来模仿学习；通过示范，使学生模仿学习了一些反思的技能，有了初步反思的体验和反思的知识，但要内化成能力，还需要适当的训练，以使学生熟练地掌握反思的技能，进而形成反思能力；经过一段时间的训练，还要随时进行评价，以强化、促进反思能力的不断提高，发现新的“问题或困难”．激疑、示范、训练、评价各个环节都离不开反思的参与和调节，因而反思也就成为培养学生数学反思能力的一个至关重要的关键因素．

培养学生数学反思能力的过程是一个不断循环螺旋上升的过程，各个环节可以按一定的顺序展开，如从激疑开始，顺时针完成一个过程，也可以从示范或训练开始，逆或顺时针进行，每一次的循环都不是简单的重复，而是不断提高反思能力的过程．

4 实践探索

利用基本的培养模式，以及对反思研究的经验总结，我们采用了作业错误归类分析、过电影式的复习、写反思日记、用波利亚《怎样解题表》中的指导语进行解题及解题后的反思等具体策略在高中数学教学中对学生数学反思能力的提高进行了实践探索，具体过程如下：

（1）进行理想教育，增强反思意识与行为．

数学知识的抽象性，决定了数学学习容易产生一些困难，如果没有强大的精神动力，对自己负责的态度和执着的追求精神，即使意识到学习中存在的困难，也不能克服困难，坚持学习．因此，明了困惑的存在、激发学生的学习动机就成为培养数学反思能力的首要任务，通过调查发现学生对学习数学的主要动力来自考个好大学，要考个好大学，必须有好的数学成绩，而数学成绩的提高比较缓慢，那么对学生进行理想教育就显得极为必要，因为理想是有力量的，它是一面旗帜、一种符号、一种标准，是理想的提出者期望通过实践而得以实现的一种目标[2]．因此，在数学教学中进行理想教育，可以使学生把长远目标与近期目标结合起来，对数学成绩有一个恰当的期望，以强化内在的学习动机，增强数学学习的反思意识和行为．

（2）示范反思，丰富学生的反思知识和方法．

反思是一种思维活动，它具有隐蔽性，教师和学生如何进行反思是很难从外部行为观察到的．即便如此，课堂仍是师生暴露思维过程、示范反思方法的主阵地，在培养学生反思能力的过程中，我们把教师示范和学生示范结合起来，以教师示范为主，学生示范为辅，两者交替进行．

教师示范的方法有：

① 通过反思课堂教学中师生的参与程度引导学生反思自己的参与程度．

② 通过反思课堂教学计划的实施情况引导学生反思学习计划．

③ 巧布空白，“设疑”暴露思维过程，示范反思．

④ 通过解题后反思，或作业错误归类分析示范反思．

⑤ 开展专门的反思示范课．

⑥ 利用波利亚的提示语进行解题教学，示范反思方法．

学生示范的方法有：

① 通过课堂板演、说出思考过程等展示反思．

② 通过讨论，让学生交流分享反思经验．

③ 展示反思作业，交流反思体验．

④ 展览反思笔记，交流反思技能．

这些方法的应用，收到了良好的效果，使学生在模仿与交流的过程中积累了反思的知识和体验，学习了反思的方法，体会到反思性学习的好处．

（3）巩固训练，落实反思．

把模仿学来的反思技能进行有意识的训练是形成反思能力的关键，因此教师除了布置反思作业、鼓励学生有意识地利用反思技能监视思维过程、调整思维通道、体验反思技能外，还要给学生留有足够的时间进行反思训练，要求学生把拥有的各种反思的技能进行比较练习，使之达到熟练化的程度．在培养的过程中，我们把课堂训练与课外练习两种方式结合起来进行，具体作法如下

① 课堂教学中创设机会让学生用“出声想”的形式，口述思考的方式，对自己的思维进行监控、调节．

② 课堂教学中创设情境让学生利用“波利亚”的提示语进行思维监控、调节，进行反思性学习．

③ 布置有一定难度的反思作业，让学生进行反思性练习．

④ 鼓励学生利用“波利亚”的提示语对数学作业进行调控，同时提炼具有自己特色的提示语．

⑤ 鼓励学生进行阶段性反思，及时回顾总结．

巩固训练的主要途径是布置反思作业，其主要内容包括：（a）对容易混淆的相近或相似的概念、公式、定理进行比较、分析、辨别，提高理解力．如学习完“角的概念的推广”，布置作业：试探讨正角、负角、钝角、锐角、直角、终边相同的角、象限角等概念之间的关系；学习了任意角的三角函数概念后又布置了作业：请思考任意角的三角函数与锐角三角函数的定义之间的区别与联系；在学习了两角和与差的正、余弦公式及正切公式后又布置了：请思考两角和与差的三角函数公式与诱导公式之间的关系等研究课题，使学生在反思中掌握这些知识之间的内在联系．（b）在教师示范课后，让学生模仿学习反思，如为了利用波利亚的怎样解题表来指导学生解题和反思，在教师示范后，给学生布置反思作业，使学生逐渐地学会用波利亚提示语指导解题及反思，取得了比较好的学习效果．

（4）进行真实性评估，促进反思．

心理学实验表明，学生了解自己的学习成果比不了解学习成果的学习积极性要强得多，学习效果也好得多．因此对学习的及时评估就显得尤为重要，但只有恰当的评估才能促进反思．为此，我们采用国内外推崇的真实性评估的方法对学生进行评估，促进反思．真实性评估是用于评估学生的学习、成就、动机和态度的多种方法，这些方法要和课堂的教学目的以及教学方法保持一致．这种方法要求评价者从多渠

道来收集信息，进行真实性的公平公正的评价，这些渠道包括课堂、作业、考试等，用于收集信息的方法包括调查表、观察记录、作业批阅、成绩评定、反思笔记、座谈会、讨论会等[3].

① 通过学生课堂表现进行评价.

(a) 对学生课堂的参与程度进行评价.

数学问题比较抽象，往往会使人望而生畏，特别是学习困难的学生，性格内向的同学，对某些课堂活动的参与程度较低，除了给他们多提供机会特别关照外，还要对其参与表示肯定和鼓励，让他们对参与和不参与的得失进行反思，体会参与活动带来的好处，从而增强其信心.

(b) 对学生课堂活动的思维过程进行评价.

以学生为主体的课堂自然而然要留给学生更多的思考空间和时间，对同一问题的思考会因不同的知识背景和思维能力而产生多种多样的想法. 课堂上由于教学时间和任务的限制，教学更多的是关注主流的想法和中等偏上同学的想法，有时只是教师的想法，好多非主流的想法容易被忽视. 因此，教师除了对主流的想法进行评价，鼓励同学反思思考过程，吸收主流思路中的合理成分外，还要关注非主流想法的学生，鼓励学生将他们的想法进行到底，或者写在反思作业上，求得教师的指导和帮助，或者让学生讲出来，一块探讨. 如学习例题：利用和角公式计算$\frac{1+\tan 15^0}{1-\tan 15^0}$的值时. 先让学生尝试去做，检查发现学生的主流想法是下列解法：原式$=\frac{1+\tan(45^0-15^0)}{1-\tan(45^0-15^0)}$. 这一解法是受到了刚学完两角和与差的正切公式思维定势的影响，虽然求得了结果，但运算过程较繁. 实质上还有另一种简单解法：只要将1改成tan45°，式子就是tan(45°+15°)的展开，如何让学生意识到这个问题呢？波利亚提示语可以促进学生对解题过程进行反思，于是反问学生：你能一眼看出答案吗？看着答案，有何想法？[4] 许多同学恍然大悟，纷纷举起手来，叫一名同学陈述自己的想法，大部分同学明白了，原来公式不仅可以正用，而且可以逆用. 受这一想法的启示，同学们很快检查了自己的思维过程，将两种解法对照，这时教师因势利导："哪种解法更好？主流想法对吗？能不能简化？"同时为扩大战果，巩固这一想法，让同学们检查作业中做过的题中还有没有另外的方法和思路，如有的学生发现课后习题：

$\sin(\alpha-\beta)\cos\beta+\cos(\alpha-\beta)\sin\beta$；

$\cos(\alpha+\beta)\cos\beta+\sin(\alpha+\beta)\sin\beta$.

可以逆用公式，简化计算过程. 这样做使学生体验到了反思的妙处，增强了反思的自觉性.

(c) 对课堂听课的效果进行评价.

一个教学班有六十多人，数学水平参差不齐，学习兴趣和学习动机多种多样，因而听课的效果也会千差万别，那么对听课效果进行评价，及时纠正听课过程中存在的问题就显得很重要. 听课的效果往往可以从知识的接受情况，作业的完成情况中反映出来，利用这些信息对学生课堂听课的行为或者表示赞赏，或批评，无论教师的肯定或否定都可以使学生思绪万千，对自己的课堂行为进行反思，从而提高听课效果.

② 通过学生作业进行评价.

作业是师生之间进行信息交流的最频繁和最及时的工具，最能反映学生的个性特色，几乎每天都要进行. 传统的作业主要是用于巩固当天所学的知识，和教师用于收集当天学生的学习情况，注重的是知识的掌握情况，忽视作业中反映出来的学生的思维发展水平，以及学生的学习态度和情感等方面的信息. 为此，我们注重从认知与情感两个方面对作业进行评价，以充分挖掘作业中有用的信息.

(a) 对学生的解题思路进行评价.

课本习题一般是紧扣课本内容的，其目的是通过作业巩固所学知识. 学生的作业最能反映出学生知识的掌握情况以及思考问题的角度和方法. 如课本习题：求证角θ为第二象限角的充要条件是：$\sin\theta>0$且$\cos\theta<0$. 课本上类似的例题只证了充分性而未证必要性. 由于受反思思想的影响，同学A在作业中对其必要性进行了分析论证，利用了三角函数的定义，证明思路是：设θ的终边上一点P的坐标为(x,y)且$r=\sqrt{x^2+y^2}$，$\because$ θ为第二象限的角，$\therefore\begin{cases}x<0\\y>0\end{cases}$则$\begin{cases}\sin\theta=\frac{y}{r}>0\\\cos\theta=\frac{x}{r}<0\end{cases}$即$\begin{cases}\sin\theta>0\\\cos\theta<0\end{cases}$. 这种证明非常简洁，说理透彻，实属一种好证法. 除了在作业本上评为"好想法"之外，还让该同学板演，达到了激励他人勇于创新的目的.

作业也要关注出现的各种各样的错误，特别是一些个别性的错误，若能利用波利亚提示语启发学生去思考，寻找问题，可对自我监控能力的提高大有益处. 如在作业本上可针对学生的问题提一些反思的问题：公式没有记清，该怎么办？数值计算错了，是什么原因？有没有改进的办法？请仔细审题，你能验证一下你的结论吗？你能证明你的每一步都正确吗？等等.

(b) 对学生的学习态度进行评价.

学生作业的整洁程度，细心程度以及作业的质量等都可以反映学生在学习态度方面的细微变化，教师只要细心，就能及时发现这些变化，在作业的评语中作适当地提示，可促进学生反思. 同时借助于作业对课堂上教师观察到的个别同学的不良表现作批注也会取得良好的效果. 如果当堂制止，有时会打断整个教学的思路，得不偿失，也会损伤学生的自尊心. 我们曾批注过：上课请集中注意力；这几天，你有了进步，我很高兴；书写有点潦草，请用点心；放下思想包袱，努力学习，我会尽力支持你的；请问问自己，学习的目的是什么？上课有时打盹，请注意休息；这几天，情绪有点低落，请找找原因，努力吧，胜利就在眼前等. 通过这些批注，使学生感到老师对自己很关心，也愿意接受老师的指导，反思自己，改掉不良习惯.

③ 通过学生考试成绩进行评价.

尽管老师对学生的平时学习过程进行了比较客观的评价，学生也能够接受. 但由于我们长期使用单一的评价方式——考试成绩，致使学生对自己的学习成绩很看重，不能客

观地评价自我，影响后续学习．我们在开展实践研究以来，组织过4次章节过关测验和两次期中和期末考试，从学生对试卷的自我分析来看，约有80%的学生不能客观地评价自己过去的学习，约23%的学生特别是学习认真的同学把成绩不好归结为自己的智力不好，严重地影响了这些同学的学习积极性，这时教师的评价能起到相当重要的作用．教师的评价恰如其分，才能使学生心服口服，因此教师除了作横向比较外，还要纵向比较，促进学生反思，重新认识自己的特长与志趣，看到自己的成功之处，明确努力的方向，增强信心，正确归因．

5　分析与思考

在研究过程中，我们对高一4班和高一3班的数学学习成绩（同一份试卷）进行了分析研究．表1中第二列为前测入学数学成绩，总分150分；第三列为推理水平测试成绩，总分80分；第四列为第一学期期中考试成绩，总分100分；第五列为第一学期期末成绩，总分100分；第六列为第二学期期中考试成绩，总分100分；第七列为第二学期期末成绩，总分100分．统计如表1所示．

表1　数学学习成绩统计

	XS	XS	XS	XS	XS	XS
高一3班	105±12.5	43.81±12.7	34.6±12.7	29.4±16.02	32±12.80	60.3±22.91
高一4班	104±11.5	33.7±11.65	29.7±11.65	29.3±12.59	35.3±4.72	64.7±20.6

从表1可以看出：高一4班的数学平均成绩由低于高一3班逐渐地赶超高一3班，成绩呈现一个缓慢上长的趋势，但没有显著性差异．因此，进行数学反思能力培养在短期内改变学生成绩效果上不明显．

为了了解有关数学反思能力的培养问题，我们于2004年6月向高一4班学生发放“反思性学习状况调查”问卷60份，收回60份，现将有关问题统计分析．（见表2）

表2　反思性学习的反思程度

	有任务时反思	偶尔为之	比较自觉	经常进行
百分比	44.4	25.9	11.1	18.6

表2表明：约有29.7%的学生能够自觉地或经常进行反思性学习，约有44.4%的学生有任务时反思，而还有25.9%的学生偶尔进行反思性学习，这与开学之初调查的92%的学生不知道反思，不知道如何反思相比有了明显的差异．调查表明，55.6%的同学有了反思的意识，其他同学在任务约束下也能进行反思性学习，那么不愿反思的同学到底缺乏什么呢？（见表3）

表3　不愿反思性学习的原因

	时间	反思的技巧	动力	其它
百分比	19.7	40.7	42.6	7.4

表3（允许多选）表明：缺乏反思性技巧的同学占到了40.7%，这可能与教师在实际教学中所做的示范缺乏针对性有关，而缺乏时间的同学占到了19.7%，这比访谈和反思作业中统计的比例要低得多．正如有的同学所说“反思不会没有时间，只要愿意，随时都可以进行”，缺乏动力的占到了42.6%．那么学生学习数学的动力到底是什么呢？（见表4）

表4　反思性学习的最主要动力

	兴趣	虚荣心	考个好大学	提高智力	其它
百分比	18.5	16.7	48.1	11.1	5.6

表4表明：兴趣只占到了18.5%，而考个好大学的却占到了48.1%，要考个好大学，数学成绩必须考好，如果数学成绩偏低或下降，则会失去学习的动力，也就失去了反思的动力．那么通过反思性教学，你认为你的数学成绩到底如何呢？（见表5）

表5　数学成绩对比

	上升了	下降了	保持稳定	说不清楚
百分比	27.8	0	9.2	63

表5表明：通过反思性教学，认为自己成绩上升或保持稳定的占37%，认为下降的没有，而63%的同学说不清楚，这是什么原因呢？在调查之时还没有进行期末考试，因此学生不敢肯定．另外从访谈中还发现以前学生认为学习进步了，但在考试中成绩却没有明显提高，致使学生很矛盾，无法肯定．那么在学生的心目中反思性学习的地位到底如何呢？（见表6）

表6　对反思性学习的看法

	没有必要	可有可无	比较重要	非常重要
百分比	0	9.2	38.9	51.9

表6表明：认为反思性学习可有可无的占9.2%，而认为比较重要或非常重要的占90.8%，非常重要的占到了51.9%，即一半以上．那么反思性学习为什么会如此重要呢？（见表7）

表7　学生对待反思性学习的态度

	不利于数学学习	即不有利也不无利	有一些好处	受益匪浅
百分比	0	3.7	46.3	50

表7表明：96.3%的学生在反思性学习中受益，反思性学习给学生到底带来了什么益处呢？

在反思的过程中由于不同的学生反思的程度、喜欢反思的内容和反思的方式不同，因而受益的程度肯定是不一样的，很难用一句话来概括，因而此题设计为开放式，现根据学生的回答归纳整理如下：

（1）反思给自己创造了一个思考的空间，在这个空间内可以让你尽情地去发表自己的见解、想法，说不定还有别人想不到的独到见解呢．

（2）反思可以让我们复习学过的知识、巩固新学的知识，而且把两者联系起来，加深理解，加深记忆，在解题中灵活运用．

（3）反思最重要的是我们的思想发生了变化，改变了旧观念，开始喜欢动脑动手了．并能从反思中得到教训，提高了学习的自觉性和主动性．

（4）反思使我们的思维得到了很好的训练，提高了我们的思维能力，使我们的思维变得敏捷和灵活多了，特别是发散思维能力提高得更快．

（5）反思使我们改变了对数学枯燥无味的错误认识，对数学产生了好感，对数学学习有了兴趣、产生了信心．

（6）反思使我们在学习上有了“钻”的精神，有了探索难题的信心和勇气，培养了持之以恒的毅力．

（7）反思让我们找到了学习的乐趣，找到了学习的方法和技巧，将知识融会贯通，举一反三，查缺补漏.

（8）反思可以让我们的思考更加谨慎、严密、全面、准确，使我们掌握了思考的方法和技巧，在做完题后有了回顾的习惯，能进行深入地研究，提高了数学成绩，获得了更多的高层次知识.

（9）反思的方法不仅对数学有用，而且还可以应用到其它方面：① 怎样解题表不仅可以应用到数学中去，而且可以应用到化学、物理等理科中去. ② 反思的结果使我明白了做每一件事都要对自己反思. ③ 反思能使我在平时处理事情时能用到解题表中的一些东西，比较全面地分析问题.

总之反思使90%以上的同学不同程度地受了益，都认为反思是学习中不可缺少的东西，正如一位同学在反思笔记中写道“反思为什么重要呢？高中数学抽象了，难度提高了，不反思就不能灵活地掌握知识去解决问题”，但是反思也不是万能的，也会带来一些问题，使得同学反感，具体表现在：① 增添了心理负担. 反思毕竟是一种痛苦的行为，当找到了问题之后，要改掉是要进行思想斗争的，有时甚至是很困难的. 例如巨某某本身数学底子差，智力一般，通过多次反思改进，数学成绩还是上不去，最后反思的结果归因为“自己的智力和能力”，但是她是出高价学费上学的，学习动机很强，这让她很痛苦，放弃学习又舍不得，认真学习成绩又上不去，整日处于一种矛盾的心理当中. 还有的同学反思越多，发现的问题就越多，有时容易失去信心. 梁某某是班上学习中上学生，刚开始对反思没有好感，认为太麻烦，但坚持反思一段时间后，认识到反思还有作用，找到了一些问题，主要是基础知识学得不扎实，更深入地去反思发现自己很懒，上课经常走神、贪玩，如此多的问题，使他觉得要改掉这么多毛病很难，因而失去了学习的信心. ② 增加学习负担，占用了学习时间. 要使学生学会反思，养成反思的习惯，就需要布置一些反思作业，使部分学生很反感，认为增加了自己的学习负担，加大了作业量，还不如多做几道题有效果.

总之，通过对调查问卷、反思作业、测试成绩等的综合评价分析来看，培养学生反思能力的结果，对改变学生的学习观念，提高学习的主动性，提高反思的意识等方面有明显的效果，但在提高学习成绩方面的效果并不明显.

[参 考 文 献]

[1] 张定强，赵宏渊. 论数学反思能力[J]. 课程·教材·教法，2005，(3)：49–54.
[2] 吴康宁. 在假设的世界中生存[J]. 高等教育研究，2005，(9)：32–39.
[3] Scott G Paris, Linda R Ayres. 培养反思力[M]. 袁坤译. 北京：轻工业出版社，2001.
[4] 波利亚. 怎样解题[M]. 北京：科学出版社，1982.

Basic Mode of Educating and the Quest for Practice on High School Students' Reflective Ability of Mathematics

ZHANG Ding-qiang[1], ZHAO Hong-yuan[2], YANG Hong[1]
(1. College of Mathematics and Information Science, Northwest Normal University, Gansu Lanzhou 730070, China;
2. Wuwei Professional College, Gansu Wuwei 733000, China)

Abstract: In usual teaching practical activities, it was inevitable request to foster students' reflective ability of mathematics consciously in modern days. Rflection permeates in these teaching links which were made up of arousing the question, demonstration, training, evaluation etc, during the practice, we should turn these links better and summary experience continuously in order to make students' reflective ability of mathematics develop at the same time.
Key words: reflection; arousing the question; demonstration; training; evaluation

[责任编校：周学智]

第17卷第1期　　数 学 教 育 学 报　　Vol.17, No.1
2008年2月　　JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION　　Feb., 2008

怀化市初中数学新教材实施现状的调查

龚运勤

（怀化学院 数学系，湖南 怀化 418008）

摘要：教师、学生、家长对新教材的反映褒贬不一．华东师大版初中数学新教材体现了新课程的理念，也符合学生的数学认知规律，但编写体系和栏目设置有待进一步完善；多数教师担心某些重要内容的删减和应用问题（或情境）过多，将影响学生的后继学习和发展；虽然教师和学生赞同新课程所倡导的教学方法和学习方式，但实际教学、学习方式变化不大；学生学习负担较重，习题数量、层次、结构有待改进．

关键词：初中数学新教材；问卷调查；访谈

中图分类号：G632.3　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004–9894（2008）01–0043–04

怀化市位于湖南西部地区，是一个经济相对落后但近年来发展较快的一个地级市．该市鹤城区中小学2002年秋季进入新课改，2003年秋季全市整体进入新课改，初中使用的教材为华东师大版新教材[1-6]（2005年秋季起始年级开始使用人教版教材）．教师、学生、家长对新教材的反映褒贬不一，教材实施的现状与教材编制理念存在何种差距？能在何种程度上实现课改的理念？教师和学生的现实状况决定了他们期望怎样的教材？带着对这些问题的思考，我们决定对已经使用过华东师大初中数学新教材的教师和学生进行实证调研．

为了使调查的样本既具有代表性、广泛性、任意性，又具有一定的可信度，我们分别选取了怀化市的省级、市级、乡镇中学各一所，普通中学两所．它们分别是怀化市三中、四中、石门中学和一中、五中．考虑到本届高一新生刚好学完华东师大版7~9年级数学新教材，对教材整体认识较完整，因此于2006年9月6日对这些学校的高一新生共发放问卷1 000份，回收有效试卷966份．同时对这些学校任教过该教材的教师进行了问卷调查，发放问卷50份，回收有效卷42份．此外，对在怀化学院数学系函授学习的04级本科生（均为怀化市各县乡中学教师），利用毕业答辩之际进行了问卷和访谈调查，发放问卷30份，回收26份．

调查测量工具的编制是在征求有关专家及一线教师意见的基础上，分别确定了教师现状调查的6个维度和学生现状调查的5个维度，并形成了由30个题目组成的教师问卷调查表和19个题目组成的学生问卷调查表．采用当场发放、当场回收、统一填表的形式，对收集的数据采用SPSS11.0进行统计分析．结合集体座谈、个人访谈等形式了解教师和学生对新教材的看法、想法、做法等有关情况．

1 教师使用新教材现状调查结果

1.1 总体满意度较高

调查结果显示：有76.5%的教师认为新教材体现了或基本体现了数学课程的基础性、普及性、发展性，使数学教育面向全体学生．有85.3%的教师认为新教材体现或基本体现了课程标准的理念．有90.2%的教师对新教材的“文字描述方式、课题展开途径，总体结构”满意或一般满意．教师普遍认为：新教材的文字描述方式考虑到了学生的语言规律、理解程度，注意了图文并茂．直观地展现了数学中的美，使教科书的人文性、艺术性和科学性都得到了充分体现．

但不能忽视的是：有23.5%的教师认为新教材不能很好地体现数学课程的基础性、普及性、发展性，使数学教育面向全体学生．认为“人人学习有价值的数学；人人都能获得有价值的数学；不同的人在数学上得到不同的发展”在教材中体现不够，什么是“有价值”的数学？“有价值”就是“有用”吗？教材中大量的应用问题潜在地传达了这种信息．教材如何体现“不同的人在数学上得到不同的发展”？教材是否应设置不同层次和要求的例题、习题？是否应对不同能力的学生设置和使用深浅不一的教材版本？14.7%的教师认为新教材与课程标准的理念之间存在差距．新课程倡导的核心理念是：“以学生的发展为本，培养学生的创新精神和实践能力．”[7]而教师们首先认为创新精神和实践能力的培养要建立在厚实的基础之上，因此教材要在充分体现数学“双基”的基础上去体现创新和发展，没有扎实的基础，不可能有创新，更谈不上发展．其次，有关教育学、心理学的理论已经证实：初中阶段正是学生打好基础的关键时机，因此教师们担心过分地强调创新会影响学生“双基”的学习．有39.7%的教师和9.8%的教师对新教材的总体结构表示一般满意和不满意，认为新教材不仅难度降低，而且总体结构显得较为松散，系统性和逻辑性不强．一位教师形象地说：“新教材的知识有点不成体系，好像是这里挖一锄，那里挖一锄拼凑的，有时甚至这一锄还没挖下去，又要你到另一个地方挖下一锄……”

1.2 内容删减与顺序编排争议较大

教师普遍认同教材采取数与代数、空间与图形、统计与概率3块内容交叉编排、螺旋上升的编排方式，但对具体内容的删减和编排顺序表现出了一定的担心和疑虑．主要有以下几个方面：

（1）教材过多删减平面几何的内容，不利于学生逻辑

收稿日期：2007–11–15
作者简介：龚运勤（1966—），男，湖南双峰人，副教授，硕士，主要从事数学课程与教学研究．

思维能力的培养，影响学生的后续学习．57.3%的教师认为这样处理将直接影响到高中阶段立体几何的学习，很多立体几何问题最终要转化为平面几何问题，进而会影响学生的空间想象能力的培养．譬如，对“三角形内角和”定理及其证明的删除，很多教师认为十分可惜．它仅在七年级（下）第47页有“我们已经知道三角形的内角和等于180°．”这样一句话．虽然三角形内角和定理的结论很简单，但其证明的思路，所用的数学方法却是十分丰富、新颖而独特的．通过这个定理的证明过程，对刚刚接触几何的学生而言，极大地开拓了他们的数学眼界，辅助线的添加，让初学者感受到“山重水复疑无路，柳暗花明又一村”的惊奇感．逻辑严密的证明过程，对培养学生养成言必有据、言之有理的科学精神和态度起着十分重要的作用．此外，新教材降低了对证明技能、技巧的要求，教师们对平面几何中推理过程不要求规范书写格式表示担忧．有50%的教师认为“没有规矩，不成方圆”，不仅不利于学生逻辑思维能力的培养，而且影响将来的规范和严谨．张景中院士曾在一次访谈中说到：“我认为几何是培养人的逻辑思维能力，陶冶人的情操，培养人的良好性格特征的一门很好的课程．几何虽然是一门古老的科学，但至今仍有旺盛的生命力．中学阶段的几何教育，对于学生形成科学的思维方法与世界观具有不可替代的作用．为什么西方国家普遍感到计算机人才缺乏，尤其是编程员缺乏，其中一个原因是他们把中学课程里的几何内容砍得太多，造成学生的逻辑思维能力以及对数学的兴趣大大降低．”

（2）某些章节编排显得较为凌乱，不利于学生的思维发展．譬如，新教材将“平移与旋转”这一章安排在八年级（上），将“图形的相似”安排在八年级（下），而将“图形的全等”安排在九年级，这样的编排顺序忽视了知识的内在联系和学生的可接受性．其实，“平移与旋转”这一章主要是要求学生通过动手操作，探索出图像在平移、旋转和轴对称变化下，线段的长度和大小都没有改变，图形的形状与大小也都没有发生变化的性质．而这些正是学习“图形的全等”的良好基础，而“图形的相似”中，重点是要学生领悟两个图形中对应角相等、对应边成比例．因此学生判断两个三角形相似直观上没有判断两个三角形全等那么容易“观察”，由于“变”（成比例而不是相等）量的出现，难度加大．因而，“图形的全等”应安排在“图形的相似”之前较为妥当．又如，八年级（下）将“数的开方”（第16章），“函数及其图像”（第17章），“图形的相似”（第18章），“解直角三角形”（第19章）安排在同一个学期，有58.8%的教师认为将初中阶段的这4大难点内容，安排在同一个学期会使学生“消化不良”．此外，教材与其它科目衔接不够好．当物理、化学需要某些数学知识的时候，数学中这部分知识还未讲，影响该学科的教学进度．

（3）对某些重点内容的删减表示担心．例如，对新教材九年级（上）将一元二次方程根的判别式作为阅读材料处理（P39），将根与系数的关系（韦达定理）作为一个探索性问题出现的处理方式（P41），有41.2%的教师担心不把它作为一个一般性的结论确定下来，将造成学生认知方面的模糊，甚至会造成学生代数知识的严重缺陷．还会影响学生在高中阶段对一元二次函数和一元二次不等式的学习，并直接影响学生的代数运算能力的提高，况且高中阶段数学对数式运算、函数变形等又有较高的要求．又如，新教材八年级（上）整个“因式分解”的版面仅从87页到89页，十字相乘法、分组分解法均未涉及到．然而，“因式分解”的知识不仅对培养学生的逆向思维能力起着重要作用，而且是学生进行分式的运算、化简的常用工具，也是求解一元二次方程，解决二次函数中相关问题的常用手段，在高中阶段它还经常作为证明函数单调性过程中的一种解题策略．不仅如此，它还是学生进入大学，在学习“高等数学”求函数极限时常用的一种技巧．69.1%的教师担心它的删除不利于学生的后续学习．在访谈中，通道县的一位数学教研室组长谈到：“……我们这儿数学课改越来越不受到老师欢迎，高中老师抱怨初中老师该讲的内容没讲，如繁分式的化简没有了，角平分线定理的删除，因式分解中十字相乘法的缺失，配方法强调不够，使得高中老师还得边上新课，边补初中数学内容，而课时又不允许……”

（4）认为教材中应用问题（或情境）过多．一位任教多轮初中，现已在高一任教的重点中学的教师在接受访谈时说到：“新教材中的日常生活应用问题太多了，类型却只有那么几种，文字描述一大堆，这样不仅耽误了学生的学习时间，降低了教学效率，而且不利于学生掌握数学基础知识……”他给我们举了一个例子，说七年级（下）第六章“一元一次方程”中“问题”共计6个、“例题”共计7个，学生的“练习题”共计有67个（不包括其中的小题）．6个问题中有两个问题（第2~3页）是本章开始提出的，其余4个问题安排在6.3节“实践与探索”中，均为一元一次方程的应用问题．7个例题中有5个例题是关于一元一次方程解的具体操作过程，难度只到方程中有数字分母，除了未知数外，不出现其它字母的情形．其余两例为关于一元一次方程的应用．67个练习题中应用问题共计35个，直接解方程的有12题共33小题．日常应用问题占总题量的50%以上．又如，八年级（下）第17章“函数及其图像”共5小节，分别是：变量与函数、函数的图像、一次函数、反比例函数和实践与探索．每小节课题的展开均采取从实际问题情境入手的方式，选择具有现实背景素材的情景问题．5个小节共有情景“问题”14个；例题共计10个，有两个是日常生活应用型问题；练习题共计35个（只算大题），有18个是日常生活应用型问题；习题共计30个（只算大题），有12个是日常生活应用型问题；复习题A组11题有4个是日常生活应用型问题，B组4题有两题是日常生活应用型问题，C组3题有两题是日常生活应用型问题．日常生活应用型问题占总题量的50.5%，如果算上小题，则该比例还会增加．此外，一些乡镇中学的老师说，有一些日常生活应用问题对农村学生来说较为陌生．如该章“函数的图像”一节第32页练习4，由于大多数学生，特别是农村学生没有使用计算机画图软件的经历，因而难以理解鼠标移动时显示的数据的含义．又如第36页问题3关于在电脑上进行高尔夫球的模拟练习，这些问题一开始就让学生感到陌生．

(5)认为某些章节的编排方式低估了学生的数学学习能力．譬如，“统计与概率”知识以“螺旋上升”的编排方式被安排在全学段的各个学期，教材的这种安排本意是让学生循序渐进地学习，可是时间间隔长了学生易忘，复习时间长了又影响教学效率，况且这部分知识与学生生活实际联系紧密，难度不大，小学阶段也有基础，57.4%的教师不赞同这种编排方式．在调查中我们发现，一些学校的教师已将这部分知识合并安排在八年级下学期．说明部分教师能根据实际教学现状创造性地使用教材．

1.3 对习题数量看法不一致

对教材中的习题数量的看法：总体上有 11.8%的教师认为充足，60.3%的教师认为基本充足，22.1%的教师认为习题数量不够．然而我们发现，不同类型的学校对这一问题的看法不一，我们对所调查的 5 所学校对这一问题的调查统计结果做了比较，如表 1：

表 1 教师对习题数量的看法统计（%）

	充足	基本充足	不够	不一定
怀化三中	0	30	60	10
怀化四中	0	30	50	20
怀化一中	16	56	20	8
怀化五中	30	50	20	0
石门中学	60	20	10	10

结果发现重点学校的教师认为习题数量不够的最多，而农村中学和普通中学的教师普遍认为习题数量较为充足．与旧教材相比，新教材的习题量少了，似乎减轻了学生的负担．但事实上隐藏的知识点多，信息量大，虽然反映了新课程“培养学生的实践精神和创新能力”的目标，但由于教师在课堂上讲的内容少，练习有限，但考题难，教师不得不要求学生做一些课外的与考试有关的练习．学生的间接负担反而加重了．此外，有 92.6%的教师对教材中部分知识点、例题、习题之间出现不连贯、跨度过大、台阶过高的现象表示迷茫．他们的忧虑主要是：对大多数学生而言，跨度过大、台阶过高会泯灭他们对数学的喜好．另一方面，教师们认为如果以教材为背景中考的话，我们很为难，因为跨度大、台阶高，我们要教“难”些，但照顾不了大多数学生，教“易”了，又不能适应考试，甚至还会受到来自学校、家长及学生的责难．教师们在基础与创新之间艰难地爬涉着．

1.4 栏目受欢迎程度差异大

教师最喜欢的栏目有：想一想和试一试．最不喜欢的栏目有：章头、小节和阅读材料．教师们普遍认为教学时间紧、任务重，尤其认为章头、小节和阅读材料等内容与考试无关，所以，基本采取不讲，或要学生课后看看的态度．这些看法和做法反映出在数学的知识功能在评价中占主导地位的背景下，学生的兴趣和数学能力等隐性目标无法与分数相抗衡．

1.5 实际教学方式变化不大

调查的结果显示：51.5%的教师选择“您最喜欢的教学方式”是“读书、动手、练习”，61.8%的教师选择“您最不喜欢的教学方式”是“讲述”．在回答“您在课堂教学中经常采用的教学方式”时，教师选择 A、B、C 选项的百分比基本相等，说明尽管教师最不喜欢的教学方式是“讲授”，但传统的教学方式在实际教学工作中仍占主要地位．访谈结果进一步说明了这一点．

一位来自农村中学，教龄 9 年，其中有 6 年任教初中毕业班的腾老师在被问及“一般情况下，你采取什么样的方式上课？”时，他回答说：“除了上公开课外，我们平时不用新课程倡导的教学方法，采用的仍然是灌输式的教学方法．”“为什么不用新课程倡导的教学方法呢？”“新课程倡导的教学方法不能适应中考．还有，我们这里学生多，六七十人一个班，上课讲话、不听讲的学生多，加上学生从小学习方式固定，现在难以改变，合作学习、探究学习等难以进行．”“为什么上公开课就用呢？”“这是上面的规定，而且还得做课件，否则，上面领导认为你不行，还有被调到更偏僻的学校去的危险．我曾经参加过教学比武，不用课件时得了二等奖，用课件时得了一等奖．”

其实，学生的学习方式是多种多样的，把大部分学习建立在发现的基础上是耗时的，且不能保证学生最终能够学到正确的概念，还会给学习进步带来阻碍或延迟．

1.6 教材培训不到位

统计结果显示：有 63.2%的教师参加新课程培训的时间少于一周，仅有 25%的教师培训时间在一周以上，还有 11.8%的教师没有参加新课程的培训．课程实施仓促，难以真正更新教师的观念，更严重的问题是，怀化市在刚实施华东师大版初中数学新教材的 2003 年 8 月，各县级教研室的教研员先行在市里参加培训，时间仅为两天，尽管之后开展过市县的教师教材培训，如“初中数学骨干教师新教材培训”等，但培训涉及的普通教师的面不是很宽，而且级别不是很高，容易在课程理念传达、理解上发生偏差．如果一线教师不能较好地理解新课程的理念，熟悉、把握、接纳新教材，就很可能成为课程改革的阻力．加大教师培训的力度势在必行，对教师的整体性、系统性、高层次、多途径的培训模式有待探讨．

2 学生使用新教材现状调查结果

2.1 总体满意度较高

教材编写是否符合学生的实际，学生是最有发言权的．对“你对新教材在内容难度，文字描述方式，课题展开途径，总体结构的满意程度”的回答：49.7%的学生很满意或满意，41.2%的学生持一般满意的态度，但仍有 9.09%的学生表示“不满意”．可见，虽然新教材总体上得到学生的认可，但还有待各方共同努力，使之在实践中不断地修订完善．在问及学生为什么不满意时，一些回答令我们深思：“我觉得上课老师讲的听得懂，书也看得懂，做起作业来就不会了……”“我喜欢看数学书，觉得不难，但考试成绩总不高……”通过对学生和教师的访谈，发现造成这种现状的原因主要有：一是教材难度降低，学生易学；二是教材中部分知识点、例题、习题之间有出现不连贯，跨越度过大、台阶过高的不配套现象，学生学了不会做作业；三是教纲与考纲不配套，考试难度增加，学生仅学好书本知识考不了高分；四是教师教学中是否处理好了日常数学与数学之间的关系，

如果学生老停留在日常应用，而不能上升到一个高度，将影响学生对概念本质的掌握，不能深刻理解数学的思想方法，从而不会触类旁通、举一反三.

2.2 栏目设置喜好程度分歧较大

学生最喜欢的栏目依次为：做一做、阅读材料、读一读. 最不喜欢的栏目依次为：做一做、阅读材料、读一读. 这说明学生对这些材料的喜恶程度分歧较大. 我们访谈了部分学生，主要原因有：喜好做一做、阅读材料、读一读等栏目的学生认为这些材料的内容比较有趣，能拓宽自己的知识面，增长数学知识，提高数学能力. 不喜欢这些栏目的学生则认为这部分材料的内容难度太大，不容易看懂，理解有困难，有的阅读材料、读一读缺乏与书本知识的联系，况且又不是考试的内容，还有一些学生认为课外时间少，根本没时间看，所以不喜欢.

2.3 普遍认同教材体现的教学方式

学生最喜欢的教学方式是：读书、动手、练习. 最不喜欢的教学方式是：讲述和大组讨论. 说明新教材较好地体现了新课程所倡导的教学方式，符合学生的认知发展规律. 据此，教师应当精心设计恰当的问题引导学生读书、动脑、动手，全身心地投入到数学课堂学习中，把“讲授式”教学与“活动式”教学相结合，把“接受式学习”和“发现式学习”结合起来，形成互补，全面提高学生的学习效率和兴趣.

2.4 学生学习负担较重

统计结果显示：多数学校的学生周数学课节数在10以上（包括晚自习、周末补课）. 近60%的学生每天课外作业的时间为1小时以上，85.92%的学生作业中的习题是教材以外的. 36.87%的学生认为所做习题难或很难，仅有5.17%的学生认为习题容易. 我们在访谈中了解到一些学生所做的教材外习题（如金牌同步基础训练册）中有一部分是和教材完全一样的题目，也就是说，我们的学生花了一部分时间在做重复练习，学习效率低，而且还有一小部分习题偏难、偏怪，容易挫伤学生学习的兴趣. 而教材中的某些习题在情境设置上，呈现出丰富多彩的画面和优美动听的文字. 当然，如果这些画面是有助于学生认识、解决数学问题的，无可厚非. 而事实上，有些习题中出现的画面及叙述与本题并无多大关系，不能很好地为主体服务，只是为了增“色”而已. 这种去“数学化”的倾向不但不能帮助学生解题，甚至还会让学生产生对数学的误解. 那么学生最感兴趣的题型是什么呢？从调查结果发现学生对图形题、简算题、判断题和动手、实践、探索题较有兴趣. 这说明导致学生数学学习负担较重的直接原因是教材外习题所致，同时也反映出教材习题在结构、质量、层次等多方面存在不少问题，教材习题的研制任重道远.

2.5 学生数学学习兴趣变化不大

调查结果显示：对数学很有兴趣的学生和由对数学很有兴趣而喜欢上数学课的学生比率均在27%左右，有31.99%学生是认识到数学能开发智力受益终身而喜欢上数学课，而且喜欢教师以与学生相互讨论的方式授课的学生有56.11%，这说明新教材倡导的教学方式能在一定程度上促进学生对数学的喜好. 但在提高学生学习数学的兴趣方面所起的作用不是很明显. 虽然教材编者已经努力从学生的实际出发，创设各种情境来吸引学生，但离学生的期望还有一段距离. 建议新教材选取的例子能更贴近学生实际生活，增加趣味性，防止成人化倾向.

[参 考 文 献]

[1] 数学教材组. 义务教育课程标准实验教科书·数学（七年级上册）[M]. 上海：华东师大出版社，2002.
[2] 数学教材组. 义务教育课程标准实验教科书·数学（七年级下册）[M]. 上海：华东师大出版社，2002.
[3] 数学教材组. 义务教育课程标准实验教科书·数学（八年级上册）[M]. 上海：华东师大出版社，2003.
[4] 数学教材组. 义务教育课程标准实验教科书·数学（八年级下册）[M]. 上海：华东师大出版社，2003.
[5] 数学教材组. 义务教育课程标准实验教科书·数学（九年级上册）[M]. 上海：华东师大出版社，2003.
[6] 数学教材组. 义务教育课程标准实验教科书·数学（九年级下册）[M]. 上海：华东师大出版社，2004.
[7] 中华人民共和国教育部. 全日制数学课程标准[M]. 北京：北京师范大学出版社，2001.

Investigation on New Junior High School Math Teaching Material in Huaihua City

GONG Yun-qin
(Department of Mathematics, Huaihua College, Hunan Huaihua 418008, China)

Abstract: We investigated the implementation actuality of the new junior high school math teaching material published by East China Normal University Publishing Company by surveying a lot of teachers and pupils in Huaihua city. The result indicated that, the teaching material had manifested the new curriculum idea, also conformed to student's mathematics cognition rule, but the compilation system and the column establishment pending further consummates. The most teachers worried certain important contents deletion and application question (or situation) excessively many, would affect student's successor study and the development. Although the teacher and the student approves of the teaching method and the study way which the new curriculum initiates, but the field research, the study way change was not big. The student studied the burden to be heavy, exercise quantity, the level, and the structure awaited improvements.

Key words: the new junior high school math teaching material; questionnaire survey; interview

[责任编校：陈汉君]

第17卷第1期　　数学教育学报　　Vol.17, No.1
2008年2月　　JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION　　Feb., 2008

小学四~六年级学生数学元认知监控学习策略培养的研究

汤服成[1]，梁　宇[2]

（1．广西师范大学 数学科学学院，广西 桂林 541004；2．广西师范学院 初等教育学院，广西 南宁 530023）

摘要：元认知监控能力的培养是教会学生学会学习和提高教学质量的有效途径．元认知监控学习策略能促进学生的学习、增强学习过程的调控、自觉担负起学习的责任，是实现学生学习方式转变的关键因素之一．元认知监控学习策略训练对数学学业成绩有促进作用，在小学中高年级进行元认知监控学习策略的训练是可行的，元认知监控学习策略的训练没有加重学生的学习负担．

关键词：元认知；元认知监控；小学数学教学；培养策略

中图分类号：G622.4　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004-9894（2008）01-0047-04

1　问题的提出

元认知监控学习策略在理论上已取得一些有价值的研究成果，但是以某一学科为具体背景的研究还不很多，少量的研究也主要是以中学生为研究对象，对小学生进行元认知监控学习策略训练的研究则更为少见．当前我国正在实施基础教育课程改革，学生学习方式的转变是本次课程改革的显著特征，而元认知监控学习策略能促进学生的学习、增强学习过程的调控、自觉担负起学习的责任，是实现学生学习方式转变的关键因素之一．在这样的背景下，研究小学生的元认知监控学习策略不仅在理论上具有重要的价值，而且在实践上也具有重要的意义．本研究对在小学数学教学中进行元认知监控能力的培养问题进行了理论探讨与实践研究，为元认知监控学习策略的培养提供了参考依据．

2　研究方法

2.1　实验假设

小学四至六年级学生能够接受有效的元认知监控训练；对学生进行系统的数学元认知监控学习策略训练后，学生的数学元认知监控水平及数学成绩要高于元认知监控学习策略训练缺失的学生．

2.2　被　试

在南宁市华强小学四至六年级选取261名学生作为被试．随机选取四（1）、五（3）、六（1）班作为实验班，四（2）、五（4）、六（4）班作为对照班．前测结果表明，实验班与对照班的数学学业成绩和数学元认知监控学习策略水平无显著差异．

2.3　实验过程

2.3.1　自变量和自变量的操作性定义

自变量为数学元认知监控学习策略的实施．实验班在学习策略指导上采取如下措施：

（1）指导学生制定可行的学习目标和学习计划；

（2）用“大声思维法”展现数学学习的思维过程，示范自我监测与评价；

（3）引导学生自觉对数学学习过程做出反思、补救和总结；

（4）加强元认知监控学习策略培养过程中的主体体验，即学习者通过尝试、应用获得关于具体策略的情感、价值、态度等方面的内心认同．

对照班不做特别要求，按原有授课方式进行教学．

2.3.2　因变量和因变量的测查

（1）学生的学业成绩（以期末考试成绩为依据）；

（2）学生掌握元认知监控学习策略的情况（再次用“数学元认知监控学习策略问卷”进行测查并结合个案访谈）．

2.3.3　无关变量的控制

（1）随机选择实验班和对照班．对实验班和对照班的学生，用“数学元认知监控学习策略问卷”进行调查，学习成绩以前一学期期末考试分数为依据，在确认实验班和对照班的数学成绩和元认知监控水平无显著差异的情况下，在每个年级的被试中随机选择其中一班为实验班，另一班为对照班．实验班和对照班学生人数、性别比例大致相当．

（2）控制影响实验效果的其它因素．为了控制教师教学水平不同可能对因变量的影响，尽可能由同一位教师或教学水平相当的教师担任同年级实验班和对照班的数学教学．实验班与对照班的授课内容、总学时数、进度安排、课内外作业量保持一致．不对实验班教师、学生刻意宣扬实验的目的，不人为制造实验班和对照班在实验前后的竞赛气氛，保证学生在实验过程中做到情绪稳定．实验教师心态平和，不刻意追求实验结果的高期望．

3　测试结果

3.1　实验后实验班和对照班各类学生的数学学业成绩的差异性比较

独立样本 t 检验表明，实验后，五、六年级的实验班和对照班学生的数学成绩平均数之间的差异显著．将各年级两

收稿日期：2007-10-26

基金项目：广西师范大学基础教育课程与教学研究课题

作者简介：汤服成（1946—），男，广西桂林人，教授，硕士生导师，主要从事数学课程与教学论研究．

班的各类学生的成绩作比较发现，除四年级的优等生外，实验班学生的数学成绩均高于对照班学生，统计结果如表1.

表1 各年级实验后学生数学学业成绩的差异性检验

年级		优等生 人数	平均分	标准差	中等生 人数	平均分	标准差
四年级	实验班	18	94.21	4.97	12	89.63	6.78
	对照班	18	95.56	3.32	11	82.20	11.75
	t		–0.978			1.877	
	p		0.355			0.074	
五年级	实验班	25	89.76	7.05	17	81.17	11.45
	对照班	25	85.71	6.31	15	72.77	9.10
	t		1.690			2.395*	
	p		0.100			0.022	
六年级	实验班	15	94.21	4.17	29	85.63	7.46
	对照班	11	91.73	6.17	32	81.63	8.12
	t		1.200			2.051*	
	p		0.214			0.045	

年级		后进生 人数	平均分	标准差	合计 人数	平均分	标准差
四年级	实验班	3	72.00	9.66	33	90.48	8.59
	对照班	1	52.50	0.00	30	89.15	12.06
	t		1.749			0.510	
	p		0.222			0.612	
五年级	实验班	2	68.25	7.42	44	85.43	11.35
	对照班	1	63.75	0.00	41	75.91	11.57
	t		0.351			3.711**	
	p		0.743			0.000	
六年级	实验班	3	76.38	7.44	47	86.48	8.70
	对照班	5	65.55	4.08	48	80.41	11.05
	t		4.082**			3.176**	
	p		0.000			0.012	

注：表中*表示$p<0.05$，**表示$p<0.01$，以下同

3.2 实验后实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略的差异性比较

实验后再次用“数学元认知监控学习策略问卷”进行测查，时间间隔3个半月，符合重测效度要求．评分办法采取5分制赋分法：（1）表示完全不符合，（2）表示基本不符合，（3）表示说不清楚，（4）表示基本符合，（5）表示完全符合；反向记分题则相反．信度采用α系数法分析，系数为0.787，调查问卷信度良好．调查结果如表2.

表2 实验后学生数学元认知监控学习策略差异性检验

年级		制定计划 平均分	标准差	实际控制 平均分	标准差	检查结果 平均分	标准差	补救措施 平均分	标准差	量表总分 平均分	标准差
四年级	实验班	3.55	0.54	3.66	0.72	3.74	0.62	3.60	0.63	3.64	0.61
	对照班	3.63	0.55	3.86	0.63	3.75	0.72	3.79	0.64	3.79	0.58
	t	–0.557		–1.172		–0.035		–1.201		–0.996	
	p	0.566		0.246		0.972		0.234		0.323	
五年级	实验班	3.43	0.45	3.51	0.48	3.54	0.68	3.63	0.48	3.51	0.42
	对照班	3.36	0.48	3.42	0.48	3.47	0.55	3.49	0.61	3.40	0.45
	t	0.679		0.903		0.498		1.100		1.153	
	p	0.499		0.369		0.620		0.275		0.253	
六年级	实验班	3.61	0.53	3.80	0.48	3.79	0.64	3.79	0.52	3.75	0.46
	对照班	3.20	0.61	3.36	0.52	3.23	0.70	3.47	0.56	3.33	0.48
	t	3.429**		4.130**		3.953**		2.853**		4.303**	
	p	0.001		0.000		0.000		0.005		0.000	

独立样本t检验表明，实验后，六年级的实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分平均数之间的差异非常显著，而且实验班学生的数学元认知监控学习策略各成分及量表总分标准差均小于对照班学生，说明实验班学生数学元认知监控学习策略之间的差异小于对照班，即数学元认知监控学习策略训练可以缩小学生数学元认知监控学习策略水平之间的差异．而四、五年级的实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分平均数之间均未出现显著差异.

3.3 实验后实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略提高程度的差异性比较

以实验后的数学元认知监控学习策略与实验前的数学元认知监控学习策略的差值作为学生数学元认知监控学习策略成绩提高的指标，各年级实验班与对照班学生数学元认知监控学习策略提高的情况见表3.

表3 实验后学生数学元认知监控学习策略提高情况比较

年级		制定计划 平均分	标准差	实际控制 平均分	标准差	检查结果 平均分	标准差	补救措施 平均分	标准差	量表总分 平均分	标准差
四年级	实验班	0.68	0.51	0.50	0.52	0.50	0.60	0.28	0.70	0.48	0.45
	对照班	0.51	0.65	0.49	0.44	0.33	0.67	0.33	0.49	0.42	0.38
	t	1.135		0.024		1.024		–0.354		0.500	
	p	0.261		0.981		0.310		0.725		0.619	
五年级	实验班	0.51	0.59	0.62	0.48	0.55	0.55	0.47	0.51	0.57	0.33
	对照班	0.37	0.73	0.46	0.44	0.50	0.73	0.41	0.63	0.44	0.41
	t	0.934		1.631		0.355		0.439		1.554	
	p	0.353		0.107		0.724		0.662		0.124	
六年级	实验班	0.54	0.49	0.62	0.38	0.54	0.70	0.54	0.44	0.57	0.41
	对照班	0.35	0.58	0.39	0.42	0.17	0.50	0.50	0.55	0.35	0.33
	t	1.624		2.701**		2.882**		–0.390**		2.815**	
	p	0. 108		0.008		0.005		0.697		0.006	

独立样本t检验表明，实验后，六年级的实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略在实际控制、检查结果方面及量表总分提高程度平均数之间的差异非常显著.

四、五年级的实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分提高程度平均数之间均未出现显著差异．但这两个年级两班学生的数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分均有所提高．其中除四年级的补救措施方面外，实验班的数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分提高程度均高于对照班.

4 实验结果的分析与讨论

4.1 元认知监控学习策略训练对数学学业成绩有促进作用

通过对实验后实验班和对照班各种类型学生的数学学业成绩做差异性比较（见表1）的结果表明，数学元认知监控学习策略训练对数学成绩起到了较明显的促进作用，说明数学元认知监控学习策略训练确实能提高学生的数学成绩．实验后四年级两班的数学成绩均比实验前有所提高，但两班的数学成绩差异不显著；五年级两班只有中等生的数学成绩差异显著，但总体成绩差异非常显著；六年级两班除优等生外数学成绩差异均显著，其中后进生的数学成绩差异达到了0.000的显著水平．同时显示，各年级实验班学生的数学成绩标准差均小于对照班学生，说明实验班学生数学成绩之间的差异小于对照班，即数学元认知监控学习策略训练可以缩小学生学业成绩之间的差异.

研究结果表明，在小学中高年级实施数学元认知监控学习策略训练后，年龄越大的学生数学成绩的提高越明显．这

说明数学元认知监控学习策略训练效果对于学科成绩的影响有一定的滞后性，小学生对数学元认知监控学习策略的了解与理解并用于指导学习需要一定的时间和过程，而这个过程的长短与学生的年龄成反比．数学元认知监控学习策略训练对实验班和对照班优等生的数学成绩没有形成太大的差异，这是因为这些学生的成绩本来就好，其数学成绩提高的幅度不可能太大．

4.2　在小学中高年级进行元认知监控学习策略的训练是可行的

研究表明（见表 2、表 3），经过 3 个半月的训练，实验班学生的数学元认知监控学习策略水平均有不同程度的提高，且提高程度大多高于对照班学生．可见，对小学中高年级学生进行数学元认知监控学习策略训练是可行的．

实验后四年级两班数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分的平均分与提高程度均未出现显著差异．一方面是因为四年级学生年龄较小，接受能力较弱，而我们的实验时间较短，短短 3 个月的数学元认知监控学习策略训练难以对学生产生深刻影响；另一方面很有可能还与小学生自我评价能力发展有关．在对几位学生的个案访谈中，发现他们都一致认为这个学期进行的数学元认知监控学习策略训练帮助他们养成了很多良好的数学学习习惯．他们的表现也显示，经过训练，实验班学生的数学元认知监控学习策略水平得到了明显提高，但反映在问卷得分的提高上却不明显，我们估计他们在前测时可能有高估自己的倾向．五年级两班数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分的平均分与提高程度均未出现显著差异．但两班的数学元认知监控学习策略水平都有不同程度的提高，而且实验班数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分提高程度均高于对照班．这说明我们的实验对五年级学生是有一定效果的．六年级的实验结果表明，在六年级数学教学中进行的元认知监控学习策略训练成效是显著的．独立样本 t 检验表明，实验后，六年级的实验班和对照班学生的数学元认知监控学习策略的各成分及量表总分平均数之间的差异非常显著．实验班与对照班学生的数学元认知监控学习策略在实际控制、检查结果方面及量表总分提高程度平均数之间的差异均非常显著，说明策略训练对提高六年级学生的数学元认知监控学习策略水平十分有效．

随着元认知监控理论的发展，大量研究表明，对元认知监控的培养和训练是有效的．教师在思想观念上要相信小学生特别是高年级学生能够掌握一定的元认知监控学习策略．但由于受到小学阶段年龄特征的影响，使小学生的数学元认知监控学习策略培养增加了难度．因此，如何在数学学科学习中加强数学元认知监控学习策略训练以及训练方法的探讨都是值得进一步研究的问题．

4.3　元认知监控学习策略的训练没有加重学生的学习负担

从训练形式上看，本实验所采取的教师随堂渗透讲授的训练方法效果很显著．我们认为：由教师将策略训练纳入正常的课堂教学活动中，不仅使策略传授具有一定的载体，而且通过改变学生的思维方式，提高了策略训练的迁移效果和保持效果，克服了单纯策略训练的缺陷．这种由教师渗透的策略训练的方法从表面上看，所进行的数学元认知监控学习策略训练虽然对学生的要求有所增加，并且都有相应的检查措施，比如训练要求学生做作业前要先复习，并做自我点评，这似乎比原来花了更多时间，但没有造成对学生学习负担的增加．实际上，通过与学生交流及对个案学生的访谈，绝大多数学生感到：由于学习策略的掌握，听课效率比以前高；先复习后作业，作业完成的效率也比以前高．通过这些环节的实施，知识掌握得更牢固，学习起来更轻松．

5　建　议

根据以上研究结果和结论，结合小学数学的教学实际，给小学数学元认知监控学习策略培养提出以下建议：

（1）大力提高教师的元认知监控水平，为学生元认知监控能力的形成和发展提供有效的指导和示范．

（2）教师转变观念和角色，在数学教学中培养学生的自我意识，促进元认知监控能力的培养．

（3）利用数学交流、合作学习培养和提高学生元认知监控能力．

（4）帮助学生加强反思意识，改进评价方法，不断完善元认知监控能力．

（5）加强教学管理，保证元认知监控训练的严格执行．

致谢：本研究一直得到南宁市华强小学的领导、老师和学生的大力支持，在此表示真诚感谢！

［参 考 文 献］

[1] 汤服成，郭海燕，唐剑岚．初一学生数学问题解决中的动静态元认知研究[J]．数学教育学报，2005，14（1）：59．
[2] 杜晓新，冯震．元认知与学习策略[M]．北京：人民教育出版社，1999．
[3] 吕志明．小学生数学策略学习研究[M]．北京：科学出版社，2004．
[4] 刘晓明．学习困难儿童元认知监控能力问卷的编制与应用[D]．华东师范大学，2003．
[5] 许勇．数学教学中提高学生元认知能力的研究[D]．福建师范大学，2003．
[6] 周勇．元认知监控的研究方法[J]．心理发展与教育，1993，（3）：43．
[7] 袁中学，杨之．“元认知”与数学教学[J]．数学教育学报，2002，11（2）：33．
[8] 傅金芝，符明弘．中小学生自我监控学习能力的发展及影响因素研究[J]．云南师范大学学报，2002，34（3）：100．

Study on Cultivating the Primary School Students' (Grade 4~6) Math Metacognitive Monitoring Study Strategy

TANG Fu-cheng[1], LIANG Yu[2]

(1. School of Mathematical Sciences, Guangxi Normal University, Guangxi Guilin 541004, China;
2. Elementary Educational College, Guangxi Teachers Education University, Guangxi Nanning 530023, China)

Abstract: The cultivating of the meta-cognitive monitoring competence had been treated as an useful way in teaching students' how to study and in teachers' improving the teaching quality. This study was an attempt to discuss and carry out research on cultivating the meta-cognitive monitoring competence in primary school math teaching. Guiding by the theory of the meta-cognitive monitoring study strategy.

Key words: meta-cognitive; meta-cognitive monitoring; primary school math teaching; cultivating strategy

[责任编校：陈汉君]

纪要

全国初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议纪要

全国初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议于2007年11月10～11日在长沙湖南师范大学召开．20名常务理事出席了会议，两名请假．出席会议的还有特邀人士和理事等二十多人．

参加会议开幕式和有关活动的嘉宾和特邀人士有湖南师范大学副校长、博士生导师白解红教授，湖南师范大学数学与计算机学院院长、博士生导师董新汉教授，全国高师数学教育研究会秘书长、北京师范大学博士生导师、教授曹一鸣博士，全国初等数学研究会顾问杨世明特级教师等．参加会议的全国初等数学研究会负责人有理事长、湖南师范大学沈文选教授，副理事长杨学枝特级教师，副理事长兼秘书长、《中学数学研究》主编、华南师范大学吴康副教授，副理事长、《数学教育学报》副主编、天津师范大学教授王光明博士，副理事长、深圳市邦德文化发展有限公司黄邦德董事长等．

会议安排了6个报告．沈文选《认清特性，勇担重任，乐于探索，协力奋进》，对拓展中国初等数学研究的领域作出开创性的论述；杨学枝《齐心协力办好初数研究会》，对探索研究会发展途径作出务实的尝试；杨世明《对我国初等数学研究事业发展的一些思考》，提出了许多深刻的问题和有益的建议；王光明《关于"初等数学研究"的几点看法》，提出培养初等数学家和提高初等数学研究效率等重要观点；曹一鸣《多元评价及其意义——应试教育还能持续多久》，指出初等数学研究和多元评价的关系和发展前景；吴康《初等数学研究的内容、形式和方法》，对中国初等数学研究的领域和题材、研究成果的发表和传播作了深入的论述．另外，研究会顾问、首都师范大学周春荔教授提交了书面报告《对"初数"研究的一点感言》．

会议对全国初等数学研究会章程进行了认真的讨论，并通过了这个章程．会议决定把"全国初等数学研究会（筹）"改为"全国初等数学研究会"，并积极鼓励和支持各省市区成立初等数学研究会开展工作．

会议还进行了学术交流，杨学枝、萧振纲、杨志明、孙文彩、黄华松、杨明等宣读了十多篇初等数学研究论文．

与会人士经过充分讨论后，做出了如下重要决定：

一、经增补后，全国初等数学研究会理事会组成机构名单如下：顾问：周春荔，杨世明；理事长：沈文选；副理事长：杨学枝，吴康，汪江松，王光明，黄邦德，曹一鸣，曾建国；秘书长：吴康（兼）；副秘书长：（按姓氏笔画为序）丁丰朝，江嘉秋，孙文彩，杨志明，李德先，黄仁寿；常务理事：（按姓氏笔画为序）丁丰朝，王光明，王中峰，王卫华，龙开奋，叶中豪，田华，江嘉秋，江游，刘培杰，孙文彩，沈文选，汪江松，杨明，杨学枝，杨志明，吴康，吴跃生（杭州），邱继勇，邹明，张志华，林世保，徐献卿，黄仁寿，黄邦德，黄华松，曹新，曹一鸣，萧振纲，曾建国，裴光亚；理事：（若干名，略）．

二、设立7个专业委员会：1．代数专业委员会；2．几何专业委员会；3．不等式专业委员会；4．组合数学与数论专业委员会；5．竞赛数学专业委员会；6．测试数学专业委员会；7．教学专业委员会．

三、在原有"青年初等数学研究奖"（奖予个人）基础上，增设"初等数学研究奖"（奖予论文）与"初等数学研究贡献奖"（奖予个人或团体）．

四、决定与深圳市邦德文化发展有限公司合作创办《中国初等数学研究》杂志（季刊）．成立编辑委员会，人选如下：顾问：周春荔，杨世明；主任：沈文选；副主任：黄邦德，杨学枝，吴康；编委（按姓氏笔画为序）：丁丰朝，王光明，王中峰，叶中豪，江嘉秋，江游，孙文彩，刘培杰，杨志明，汪江松，李德先，曹一鸣，曾建国，黄仁寿，萧振纲，裴光亚．

成立杂志社，领导人员如下：社长：黄邦德；主编：杨学枝；副主编：吴康，李德先；编辑：（待定）．

五、成立中国初等数学研究暨邦德教研网（简称初等数学网），网站主管：杨学枝；副主管：孙文彩，杨志明，李德先，江游．

六、确定第七届全国初等数学研究学术交流会于2009年8月上旬在深圳市举行，由全国初等数学研究会主办，深圳市邦德文化发展有限公司承办．

与会人士完全同意初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议所作出的决定和建议，一致认为中国初等数学研究既取得了许多好的成果，也面临着较大困难，如研究课题窄，研究人员少，发展渠道有限等．为了克服困难，与会人士认为要认清形势，转变观念，扩大研究领域与交流途径，积极探索学会新的发展模式，以期达到发展中国初等数学研究事业的目的．

会议召开期间，适值湖南省高校数学教育研究会第九届年会召开，部分议程联合进行．湖南师范大学一些研究生也参加了开幕式和报告会．

本次会议获得了深圳市邦德文化发展有限公司的慷慨赞助，全国初等数学研究会对此表示衷心感谢！

与会人士对湖南师范大学、湖南师范大学数学与计算机学院、湖南师范大学出版社为会议成功召开所做的大量工作表示衷心感谢！

全国初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议（长沙）

2007年11月11日

(1. School of Mathematical Sciences, Guangxi Normal University, Guangxi Guilin 541004, China;
2. Elementary Educational College, Guangxi Teachers Education University, Guangxi Nanning 530023, China)

Abstract: The cultivating of the meta-cognitive monitoring competence had been treated as an useful way in teaching students' how to study and in teachers' improving the teaching quality. This study was an attempt to discuss and carry out research on cultivating the meta-cognitive monitoring competence in primary school math teaching. Guiding by the theory of the meta-cognitive monitoring study strategy.

Key words: meta-cognitive; meta-cognitive monitoring; primary school math teaching; cultivating strategy

[责任编校：陈汉君]

纪要

全国初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议纪要

全国初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议于2007年11月10～11日在长沙湖南师范大学召开．20名常务理事出席了会议，两名请假．出席会议的还有特邀人士和理事等二十多人．

参加会议开幕式和有关活动的嘉宾和特邀人士有湖南师范大学副校长、博士生导师白解红教授，湖南师范大学数学与计算机学院院长、博士生导师董新汉教授，全国高师数学教育研究会秘书长、北京师范大学博士生导师、教授曹一鸣博士，全国初等数学研究会顾问杨世明特级教师等．参加会议的全国初等数学研究会负责人有理事长、湖南师范大学沈文选教授，副理事长杨学枝特级教师，副理事长兼秘书长、《中学数学研究》主编、华南师范大学吴康副教授，副理事长、《数学教育学报》副主编、天津师范大学教授王光明博士，副理事长、深圳市邦德文化发展有限公司黄邦德董事长等．

会议安排了6个报告．沈文选《认清特性，勇担重任，乐于探索，协力奋进》，对拓展中国初等数学研究的领域作出开创性的论述；杨学枝《齐心协力办好初数研究会》，对探索研究会发展途径作出务实的尝试；杨世明《对我国初等数学研究事业发展的一些思考》，提出了许多深刻的问题和有益的建议；王光明《关于"初等数学研究"的几点看法》，提出培养初等数学家和提高初等数学研究效率等重要观点；曹一鸣《多元评价及其意义——应试教育还能持续多久》，指出初等数学研究和多元评价的关系和发展前景；吴康《初等数学研究的内容、形式和方法》，对中国初等数学研究的领域和题材、研究成果的发表和传播作了深入的论述．另外，研究会顾问、首都师范大学周春荔教授提交了书面报告《对"初数"研究的一点感言》．

会议对全国初等数学研究会章程进行了认真的讨论，并通过了这个章程．会议决定把"全国初等数学研究会（筹）"改为"全国初等数学研究会"，并积极鼓励和支持各省市区成立初等数学研究会开展工作．

会议还进行了学术交流，杨学枝、萧振纲、杨志明、孙文彩、黄华松、杨明等宣读了十多篇初等数学研究论文．

与会人士经过充分讨论后，做出了如下重要决定：

一、经增补后，全国初等数学研究会理事会组成机构名单如下：顾问：周春荔，杨世明；理事长：沈文选；副理事长：杨学枝，吴康，汪江松，王光明，黄邦德，曹一鸣，曾建国；秘书长：吴康（兼）；副秘书长：（按姓氏笔画为序）丁丰朝，江嘉秋，孙文彩，杨志明，李德先，黄仁寿；常务理事：（按姓氏笔画为序）丁丰朝，王光明，王中峰，王卫华，龙开奋，叶中豪，田 华，江嘉秋，江游，刘培杰，孙文彩，沈文选，汪江松，杨明，杨学枝，杨志明，吴康，吴跃生（杭州），邱继勇，邹明，张志华，林世保，徐献卿，黄仁寿，黄邦德，黄华松，曹新，曹一鸣，萧振纲，曾建国，裴光亚；理事：（若干名，略）．

二、设立7个专业委员会：1．代数专业委员会；2．几何专业委员会；3．不等式专业委员会；4．组合数学与数论专业委员会；5．竞赛数学专业委员会；6．测试数学专业委员会；7．教学专业委员会．

三、在原有"青年初等数学研究奖"（奖予个人）基础上，增设"初等数学研究奖"（奖予论文）与"初等数学研究贡献奖"（奖予个人或团体）．

四、决定与深圳市邦德文化发展有限公司合作创办《中国初等数学研究》杂志（季刊）．成立编辑委员会，人选如下：顾问：周春荔，杨世明；主任：沈文选；副主任：黄邦德，杨学枝，吴康；编委（按姓氏笔画为序）：丁丰朝，王光明，王中峰，叶中豪，江嘉秋，江游，孙文彩，刘培杰，杨志明，汪江松，李德先，曹一鸣，曾建国，黄仁寿，萧振纲，裴光亚．

成立杂志社，领导人员如下：社长：黄邦德；主编：杨学枝；副主编：吴康，李德先；编辑：（待定）．

五、成立中国初等数学研究暨邦德教研网（简称初等数学网），网站主管：杨学枝；副主管：孙文彩，杨志明，李德先，江游．

六、确定第七届全国初等数学研究学术交流会于2009年8月上旬在深圳市举行，由全国初等数学研究会主办，深圳市邦德文化发展有限公司承办．

与会人士完全同意初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议所作出的决定和建议，一致认为中国初等数学研究既取得了许多好的成果，也面临着较大困难，如研究课题窄，研究人员少，发展渠道有限等．为了克服困难，与会人士认为要认清形势，转变观念，扩大研究领域与交流途径，积极探索学会新的发展模式，以期达到发展中国初等数学研究事业的目的．

会议召开期间，适值湖南省高校数学教育研究会第九届年会召开，部分议程联合进行．湖南师范大学一些研究生也参加了开幕式和报告会．

本次会议获得了深圳市邦德文化发展有限公司的慷慨赞助，全国初等数学研究会对此表示衷心感谢！

与会人士对湖南师范大学、湖南师范大学数学与计算机学院、湖南师范大学出版社为会议成功召开所做的大量工作表示衷心感谢！

全国初等数学研究会第六届第二次常务理事会扩大会议（长沙）

2007年11月11日

哈尔滨市私立中学学生数学成就动机调查研究

鲍 曼[1]，张红伟[1]，郭慧莹[1]，马丽丽[2]

（1. 哈尔滨师范大学 数学系，黑龙江 哈尔滨 150025；2. 江苏靖江高级中学，江苏 靖江 214500）

摘要：从高一到高三学生的数学价值认可、数学自我效能感、表现目标、学习目标、内部归因都极其显著地下降；同普通班相比，优秀班学生的学习更倾向于学习目标，并且更加注重对所学数学内容的理解；理科学生在数学学习成就动机诸维度的得分要显著高于文科的学生；班主任不是数学老师班级的学生对数学价值的认可、数学成就内部归因都极其显著地高于班主任为数学老师班级的学生；男生对数学价值的认可和内化要明显高于女生，同时男生的数学自我效能感极其显著地高于女生．在私立中学的数学教学中要落实人本主义的教学理念，培养积极健康的数学学习心理，拓宽中学生的关联性知识和策略性知识．

关键词：价值认可；自我效能感；成就目标；归因；成就动机

中图分类号：G632.4 **文献标识码**：A **文章编号**：1004-9894（2008）01-0051-05

1 问题的提出

成就动机是人们在完成任务过程中，力求获得成功的内部动因，亦即个体对自己认为重要的、有价值的事情乐意去做，努力达到完美的一种内部推动力量．成就动机具有多维度、多成分的心理结构．自我效能感、归因、价值和成就目标是成就动机的重要表现形式[1]．

1.1 自我效能感

自我效能是学生对自己具有成功完成某一特定学习任务的能力判断．社会认知理论认为，自我效能感能够影响学生的任务选择、努力程度以及坚持性．效能信念决定了人们为自己设定什么样的目标、付出多大的努力、在面临困难时能坚持多久、以及遇到失败后的恢复能力．研究表明：自我效能感不仅与付出努力的大小有关，而且与努力的质量有关．自我效能感高的学生比自我效能感低的学生会更多地运用深加工认知策略和自我调控的学习策略．

1.2 归 因

归因理论认为：人有一种探索事件发生原因的天然倾向．学生常把学业成功与失败的原因归为能力、努力、任务难度等．Weiner 认为：具体的原因对于行为并不重要，这些原因所属的维度才是决定行为的关键．现已发现有3个原因维度，即控制点、稳定性和可控性．控制点关系到原因的位置，即属于行动者的内部原因还是外部原因；稳定性则指原因是否随着时间变化而变化；可控性是指原因是否受主观意志支配．一般认为：努力是内在的、不稳定的和可控的；能力是内在的、稳定的和不可控的．稳定性影响对成功的主观期望，在其它条件相同的情况下，将成功归为稳定的原因（如能力）比归为不稳定的原因（如运气）对未来成功的期望大．同样将失败归为不稳定的因素（如努力不够或运气不好）会增强坚持性．控制点影响情感反应，将成功归为内在的原因比归为外在的原因能产生更强的自豪感．可控性影响更为广泛，控制感对任务选择、努力、坚持性乃至学习成绩都有影响．

1.3 价 值

当代的动机理论都认为：期望结构是非常重要的．第一个正式提出期望——价值理论的是 Atkinson．他认为行为是动机、期望和诱因价值的函数．动机包括追求成功的动机和避免失败的动机．期望是指成功的可能性．成功的诱因价值是取得成功时的情感反应，具体来说就是自豪感．Atkinson 将主观期望和客观任务难度等同起来，根据个体过去在某一任务上成功的比率定义其对成功的期望．根据预期成功的诱因价值定义任务价值，并认为对成功的期望与诱因价值成反比的关系．Eccles 等人以 Atkinson 的期望——价值理论为基础，发展了自己的期望价值理论模型，并通过实验进行了验证．任务价值是指学生对所学课程的重要性、实用性的认识，也包括学生对学习的兴趣．学生的任务价值能够影响他们学习的各个方面．学生认为学习是重要的、有意义的，他们就更可能为自己设定具体可行的目标，对学习进程进行自我观察与判断，想方设法克服困难，在必要时对目标与策略做出调整．

1.4 成就目标

目标理论系统中，成就目标是指：个体为了获得或达到某一有价值的结果或目的参与成就活动的原因．成就目标理论根据个体的行为目的是为了增长能力不是证明能力，将目标分为学习目标和表现目标两种类型．学习目标是指：学生为了理解和掌握而学习，重视学习的过程和个人努力的作用，把完成任务的过程作为提高能力的手段，对自己能力的评价不受外界环境的影响．表现目标则指：学生为了战胜他人、证明自己的能力高或避免表现出能力低而学习．Dweck

收稿日期：2007-11-23
基金项目：黑龙江省教育厅科学技术研究项目——数学发现规律的科学发展观（11511126）
作者简介：鲍曼（1964—），女，黑龙江哈尔滨人，教授，硕士生导师，主要从事数学课程与教学论研究．

认为学习目标与表现目标对学生动机的质量有完全不同的涵义，包括他们在成就环境下做出怎样的行为以及解释表现结果.

综上所述，成就动机对学生学习的各个方面都有着重大的影响. 据分析，我国学生在学习数学时具有较强的自我封闭性，普遍注重“纯粹”技能、技巧的训练，对数学的认识也具有一定的片面性，认为“数学就是解题”、“学数学就是通过解题求得一个结果”，对数学学习也缺乏兴趣，在学习中难以形成愉快体验. 这都反映了当前学生数学成就动机的水平普遍偏低，教师在教学中没有有意识地去培养学生的数学成就动机的现状. 同时，随着我国教育体制改革的深入，私立中学的发展步伐加快，已日益成为传统公立学校的有效补充，逐渐对我国的教育有着更大的影响. 那么，我们所关注的是：私立学校的学生，在他们的学习、情感、目标等方面都有着怎样的特点呢？本文将在数学学科上，针对私立中学学生的成就动机诸维度进行调查研究，以了解其现状、特征，目的是为了引起教师对自身的教学行为进行反思，为数学教学、教法的改革提供一些参考，促进学生的数学学习，并为私立学校这一办学模式的发展提供实证的参考资料.

2 研究方法

2.1 研究被试

本研究选取哈尔滨市几所私立中学学生参加问卷的测试，随机整群抽取9个班，被试覆盖文科/理科、高一/高三年级，共408人. 问卷收回后，经过仔细筛选，剔除无效问卷后，保留有效问卷362份，有效率为88.7%.

2.2 研究工具

测试问卷根据 Whang 和 Hancock（1994）所编制的数学动机问卷改编而成. 共31个题目，包括4个维度：数学自我效能感、归因（内部归因、外部归因）、数学的价值期望、成就目标（学习目标和表现目标）. 问卷采用了4点计分（完全不符合、基本不符合、基本符合、完全符合），正向题依次赋值1、2、3、4，反向题则反之. 由信度检验结果，问卷内部一致性信度 α 系数为0.831，信度值较高，说明该问卷具较好的内在一致性.

2.3 调查过程

以班级为单位对被试进行集体施测，测试时间约为10分钟. 主试为数学教育学专业硕士研究生，他们经过事先培训，掌握了有关的施测程序和规则. 测试前先由主试按指导语训练被试正确填答量表，在确认被试理解测验要求后再开始施测. 问卷当场收回.

2.4 数据处理

研究采用SPSS11.0进行数据的录入、整理和统计分析.

3 结果与分析

3.1 因素分析

对数据进行分析处理，如表1所示，此处的KMO值为0.866，适合进行因素分析. 此外，从Bartlett球形检验的值为3 343.875（自由度为465），达显著，代表母群体的相关矩阵间有共同因素存在，适合进行因素分析.

表1 KMO及Bartlett球形检验

Kaiser-Meyer-Olkin 取样充分性检验		0.866
Bartlett's Test 球形检验	卡方检验	3 343.875
	自由度	465
	显著性	0.000

研究以主成分分析法抽取因素，并以最大方差法进行正交转轴，将中学生数学成就动机量表各题目进行因素分析，共抽取7个因子，所有题目的因素负荷均大于0.40，因此全部保留. 利用教育心理学及学习论理论[2-3]对其分类进行研究，同时考虑到后两个因素涵盖的题项内容太少，其内容分别可归为内部归因中的能力归因和努力归因，可以将它们合并为一个因素. 所抽取的6个因子的累积贡献率为53.392%. 这与成就动机的基本理论是相吻合的，由此也进一步从心理统计学角度验证了量表的结构效度. 因而得到如下的因子命名表（如表2）. 由调查得到的数据经统计可以得知各因素的得分情况，其描述统计结果呈现如表2.

表2 因素分析的项目归类及各因素的描述统计

因素名称	包含题项	n	M	SD
数学价值认可	4、5、10、16、17、19、26、28、30	362	2.76	0.70
数学自我效能感	1、7、11、13、25、27、29	362	2.88	0.56
表现目标	6、12、18、24	362	2.43	0.67
学习目标	22、23、31	362	3.14	0.56
外部归因	3、9、21	362	2.77	0.57
内部归因	2、8、14、15、20、	362	2.91	0.39

3.2 独立样本 t 检验

通过对调查结果进行统计处理，我们得到哈尔滨市私立中学高中学生成就动机的基本情况. 为了进一步深入研究，详尽、细致地了解私立中学学生数学成就动机在不同个人特征变量（年级、班级、学科、班主任、性别）主效应下的差异和变化，对所得测量数据进行独立样本 t 检验.

3.2.1 哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机年级差异

哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机的年级差异统计结果如表3所示.

表3 学生数学成就动机的年级差异性检验

因素	年级差异的 t 检验(M+SD)		
	高一(n=165)	高三(n=197)	t
数学价值认可	3.051+0.654	2.510+0.642	7.915**
数学自我效能感	2.960+0.465	2.804+0.619	2.732**
表现目标	2.518+0.669	2.363+0.658	2.219*
学习目标	3.230+0.546	3.061+0.562	2.894**
外部归因	2.810+0.607	2.731+0.530	1.308
内部归因	2.987+0.410	2.850+0.361	3.379**

注：*表示 $p<0.05$，**表示 $p<0.01$

从表3得知，从高一到高三，除外部归因外，学生的数学价值认可、数学自我效能感、表现目标、学习目标、内部归因得分都显著地下降，且差异大多都在极其显著的水平上. 也就是说，哈尔滨市私立中学的学生在学校的3年学习后，更趋向于认为数学是一门描述事实和规则的学

科，觉得“所学习的大部分数学知识只是事实和规则，与实际的生活没有太多的关系”，不再感觉到数学的有趣和充满新意．这是一种可悲、发人深思的现象——为什么我们的孩子刚进入高中时还能感觉到数学学科是很有用的，数学能使我“思维变得更清晰”、“在平时的生活中变得更会思考”，而经历了两年多的学习之后，数学在孩子们的心目中就变成了一门冰冷、生硬、机械化，除了对高考有用之外毫无价值的学科了呢？这种现象同《新课程标准》的基本目标“学生能够体会数学与自然及人类社会的密切联系，理解数学的价值，增进对数学的理解和学好数学的信心”是相去甚远的[4]．同时，学生对数学学习的自信心也大幅度下降，自我效能感的得分水平远远低于高一时的水平．在题目“我知道我能够学好数学”的回答中，高三学生选择“完全符合”和“基本符合”的比例（86.8%）低于高一（95.2%）近10个百分点．

探究这种现状的原因，首先，私立中学的学生生源，主要来自于那些在中考中没有考上重点中学，而仍然具有一定实力，家长对其仍寄予较高期望的学生．私立学校招收的学生几乎都是公立学校层层选拔遭淘汰的落榜生，公立学校与私立学校的分界已经成为生源质量的标尺，所以相对于公立学校，私立学校的高考升学率一般较低．但是私立学校的生源质量较差并不意味着学生家长对他们的期望值低，相反，私立学校的不少学生家庭比较富裕，这些相对富裕的家庭希望用雄厚的经济做依托来换取子女良好的教育．因而私立学校的学生一般也具有优越家庭孩子的优点和缺点．例如，自尊的需要占据着重要的地位，自尊心强而敏感；由于从小受到更多宠爱，因此和同龄人相比，往往缺乏独立处理事情的能力．加之数学学科本身就具有抽象性，相对于其它学科更难于理解和真正地内化掌握，学习它需要学生付出更多的努力．学生在这门学科的学习中体验到了更多的困难，也由此暴露出了其性格中的脆弱之处．

其次，考虑到私立中学的办学宗旨．在现阶段，私立学校一般是由独立投资人投资的[5]，是一种商业行为，私立学校不仅仅是一个教育组织，更重要的，它还是一个经济组织，其根本目的在于营利．尽管在公民投资办学追求经济效益与追求社会效益之间有其根本的一致性，但追求经济效益更重要．升学率不仅维系着学校的声誉，更关系着学校的生计和营利．私立学校为了赢得更多的生源，就对家长许诺，声明学生将来会考上何种大学．在这里，高考的巨大竞争压力，有着比一般学校更为严峻的体现．因而私立学校在“全面提高学生素质，培养身心和谐发展的社会主义接班人”和“培养高考的高分学生”的选择中，会退而求其次，更多地去考虑“实惠”的高考分数，不听从当前教育界普遍的素质教育的呼声和号召，形成一个“与世隔绝的世外唯高分为尊之地”．在这样的封闭的教学环境中，学生的数学学习乐趣、自我效能感，对数学价值的认识都朝消极的方向发展，成为一个个只懂得做题得分，不去理解、探究和享受数学发现之美和乐趣的做题工具，不能够认识和了解数学的价值和意义．以学习的内容本身为目标的比例下降了，将成绩的好坏归因于自己的内部原因的也明显减少了．

第三，这不但是私立中学的典型状况，也是当前高考指挥棒之下教育界的普遍现象，只是由于诸多因素，在这里表现得尤为明显而已．现在的高中生都面临着巨大的升学压力，他们在3年的苦读中，直接瞄准的是高考的分数，而忽略掉了数学本身的无穷乐趣．当前教育教学的脱离实际、远离生活，使学生的数学学习仅仅局限于教科书，学习数学只是为了应付考试，知识面拘泥于课本，这造成了当前高中生在学习过程中数学成就动机诸维度趋于消极方向发展的局面．这反映出我们当前的教育评价制度还有待于进一步改革和完善，也是我们教育工作者的重要职责和神圣使命．

3.2.2　哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机班级差异

哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机的班级差异统计结果如表4所示．

表4　学生数学成就动机的班级差异性检验

因素	班级差异的 t 检验($M+SD$)		
	普通班(n=177)	优秀班(n=185)	t
数学价值认可	2.783+0.683	2.730+0.717	0.721
数学自我效能感	2.843+0.600	2.906+0.517	–1.057
表现目标	2.487+0.692	2.382+0.639	1.499
学习目标	3.079+0.587	3.195+0.529	–1.968*
外部归因	2.783+0.610	2.751+0.523	0.536
内部归因	2.931+0.404	2.894+0.375	0.904

注：*表示 $p<0.05$

在班级主效应的独立样本 t 检验中，优秀班和普通班的学生仅在学习目标维度上有显著差异，在数学价值认可、数学自我效能感、表现目标、外部归因、内部归因的层面并无很大差异．也就是相比之下，优秀班的学生的学习更倾向于学习目标，他们学习的目的不是单纯地为取得高分、获得别人的认可、得到实力的证明，而更多的是去享受任务本身的乐趣，从学习数学、获取数学知识本身中得到最大的满足，能够感受到“生活中的数学吸引了我，我想要弄懂其中的奥秘”；并且，优秀班的学生更注重对数学内容的理解．

3.2.3　哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机学科差异

哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机的学科差异统计结果如表5所示．

表5　学生数学成就动机的学科差异性检验

因素	学科差异的 t 检验($M+SD$)		
	文科班(n=136)	理科班(n=226)	t
数学价值认可	2.425+0.756	2.956+0.581	–7.033**
数学自我效能感	2.641+0.594	3.016+0.486	–6.223**
表现目标	2.300+0.638	2.514+0.672	–3.001**
学习目标	2.995+0.598	3.224+0.519	–3.839**
外部归因	2.745+0.514	2.780+0.597	–0.592
内部归因	2.804+0.397	2.977+0.371	–4.175**

注：**表示 $p<0.01$

在文科和理科数学成就动机的比较中，我们可以知道，

文科和理科的学生在诸多维度有着极其显著的差异. 在数学价值认可、数学自我效能感、表现目标、学习目标、内部归因层面上，理科学生的得分要显著高于文科的学生；而只有外部归因——将数学成绩的好坏归因于运气、试题难度这一维度上，文、理科学生的得分水平才相持平，无显著的差异.

这说明数学成就动机的高低是学生选择文理分科的一个很重要的参考因素. 理科生有着更加积极、健康的数学观和数学学习情感，在数学成就动机方面更加有优势；数学学科本身就具有抽象性、较强的逻辑性，相对于其它学科更难于被理解和真正地内化掌握. 学习数学需要学生付出更多的努力和汗水，从而在各个层面中数学都可以起到分水岭的作用. 数学成就动机对学生的各项学习指标都具有很强的区分度.

3.2.4 哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机的班主任差异

哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机的班主任差异统计结果如图6所示.

表6 高中生数学成就动机的班主任差异性检验

因素	班主任差异的 t 检验($M+SD$)		
	班主任是数学老师(n=86)	班主任不是数学老师(n=276)	t
数学价值认可	2.442+0.651	2.854+0.687	−4.919**
数学自我效能感	2.789+0.571	2.902+0.554	−1.642
表现目标	2.352+0.622	2.459+0.679	−1.307
学习目标	3.066+0.479	3.161+0.582	−1.517
外部归因	2.674+0.572	2.796+0.563	−1.740
内部归因	2.781+0.314	2.953+0.402	−4.122**

注：**表示 p<0.01

由 t 检验结果（如表6）可知，班主任不是数学老师的学生在数学成就动机的各维度的得分都要高于班主任是数学老师的学生. 其中对数学价值的认可、内部归因这两个因素上极其显著地高于班主任为数学老师的学生. 相对于班主任是数学老师的学生，班主任不是数学老师的班级学生更倾向于较高的数学价值认可，觉得“我在数学课上学到的知识是有趣的”，“我一直认为现在我所学习的数学在我长大以后也会很有用”；更倾向于将所取得的数学成就归因于自己内部的能力，认为“就我而言，我在数学考试中取得好分数全部来自我的努力”，“我在数学考试中得高分的重要原因是我学习数学的能力强”.

从以上两方面来看，班主任不是数学老师的班级学生对数学的有用性更加认可，对自己的数学学习也更加有自信. 这与我们所预想的相反：为什么数学班主任给本班学生的数学成就动机带来的是负面影响呢？造成这种现象的原因或许是因为在数学老师做班主任的班级里，学生学习数学更多的是因为老师施加的压力，老师也会出于自己所教学科会过分看重学生的数学分数，借助于自身在本学科对班级的影响力及便利条件，让本班学生加大对数学的投入，增加练习量，从而使学生容易产生对数学的抵触和厌倦. 若考试得不到好成绩又会受到老师更大的压力，久而久之形成对数学学习的失败感，并试图逃避，将考试失利原因归于别处.

3.2.5 哈尔滨市私立中学学生数学学习成就动机性别差异

在数学价值认可、数学自我效能感层面上，男女得分有显著差异，男生对数学的价值认可和内化要明显高于女生，男生的数学自我效能感极其显著地高于女生（如表7）.

表7 学生数学成就动机的性别差异性检验

因素	性别差异的 t 检验($M+SD$)		
	男生(n=165)	女生(n=197)	t
数学价值认可	2.861+0.671	2.669+0.714	2.614**
数学自我效能感	2.970+0.569	2.796+0.540	2.971**
表现目标	2.452+0.727	2.419+0.613	0.458
学习目标	3.152+0.568	3.127+0.555	0.416
外部归因	2.746+0.574	2.785+0.562	−0.662
内部归因	2.948+0.407	2.882+0.373	1.601

注：**表示 p<0.01

表7反映了男生和女生在数学学习上是具有性别差异的，主要是由男女的心理差异和社会环境潜移默化的影响、以及教育的决定性影响造成的. 心理和生理学家都认为：男女的心理结构存在差异，因而他们的认知结构必然具有各自的特点，比如女生一般具有较强的记忆力，善于形象思维；而男生更多地表现在重视分析条件及结论，善于抽象思维. 同时也应考虑到社会环境的影响，想一想我们从小到大的经历不难发现，男孩和女孩从出生之时就被区别对待了. 他们受到各种社会作用力的影响，以保障成年后能在他（她）所担任的性别角色中合乎身份地行事. 在许多家庭或学校中，成年人给女孩子更多的是保护和限制，而男孩则要求有更多的独立和成就，也常常给男孩更高的评价. 这种性别角色的传统文化阻碍了男性和女性追求更完美的自我. 孩子们为了使自己与性别角色期望一致，常常改变自己的态度、行为和选择. 这其实是传统文化对两性价值的偏爱的影响结果. 而在现在的数学课堂教学中，忽视了两性差异这一先决条件，在教学中强调认知教育，忽视情感、伦理、审美、道德教育的现象依然存在，这也导致了男女生在数学能力、数学成就动机上的差异.

4 结论及建议

通过上述分析考察，初步得到了哈尔滨市私立中学高中学生的数学学习成就动机的现状.

（1）从高一到高三，学生的数学价值认可、数学自我效能感、表现目标、学习目标、内部归因都极其显著地下降.

（2）同普通班相比，优秀班学生的学习更倾向于学习目标，并且更加注重对所学数学内容的理解.

（3）文理科的学生差异显著：除外部归因，理科学生在数学学习成就动机诸维度（数学价值认可、数学自我效能感、表现目标、学习目标、内部归因）的得分均极其显著地高于文科学生.

（4）班主任不是数学老师班级的学生在数学价值的认可、内部归因这两个因素上极其显著地高于班主任为数学老

师班级的学生.

（5）男生对数学价值的认可和内化要明显高于女生，男生的数学自我效能感极其显著地高于女生.

其中，年级和学科的结果主效应最为显著. 所调查到的现象事实，与我国当前教育的大环境、数学学科的特点、私立学校的特殊性（学生生源、办学宗旨、评价基准）等有着密不可分的联系.

针对以上情况，为提高学生数学学习的成就动机水平，我们对当前私立中学的数学教学提出如下建议：

（1）落实人本主义的教学理念.

人本主义心理学家强调学习中的情感作用；强调建立和谐融洽的师生关系；强调学生的积极主动精神. 要求教师的教学应遵循 3 条原则：移情、无条件积极关注和真诚. 所谓移情就是要理解和欣赏学生的感情，也就是要善于“将心比心”. 无条件积极关注，就是尽可能地认可学生. 无条件意味着教师关心学生是出自内心的，不以学生的回报作为交换条件. 真诚就是表里一致，不装模作样. 我国的数学教育在儒家传统文化影响下，一贯强调师道尊严和数学存在的客观性、逻辑上的严紧性，人本主义的教学理念对传统的教学模式风格进行了改进.

（2）培养积极健康的数学学习心理.

长期以来，在学生数学学习中形成了因难学而惧怕和抵触数学的心理定势，这种现象是不利于数学交流乃至数学学习的. 教师在教学过程中切忌使用“题海战术”这样枯燥乏味的教学方式，而应结合运用现代化的教学手段，使课堂教学丰富而生动，贴近学生生活，变学生的畏惧为喜欢. 同时，教师应注意同学之间不合理的竞争思想对数学交流的阻碍作用，适时加以引导，避免成为习惯，最终影响数学学习.

（3）拓宽中学生的关联性知识和策略性知识.

所谓关联性知识，是指包含数学史、数学美、数学应用等游历或内隐于教材体系，与数学学习内容相关联的、有益于学生对数学价值理解的知识[6]. 关联性知识的学习不仅有益于加深学生对数学价值的理解，更有益于培养学生学习数学的兴趣、增强学习数学的内部动机，更深层次地理解数学的本质：数学是发展变化的，是不断完善的.

[参考文献]

[1] 李晓东，张炳松. 成就动机与自我调控学习[J]. 教育研究，1998，(8)：62–66.
[2] [美]戴尔. 学习理论：教育的视角（第三版）[M]. 南京：江苏教育出版社，2004.
[3] 皮连生. 学与教的心理学（第四版）[M]. 上海：华东师范大学出版社，1999.
[4] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准[M]. 北京：人民教育出版，2003.
[5] 孟祥林. 我国私立学校发展的历程模式及前景分析[J]. 江汉大学学报（社会科学版），2004，21（2）：97–100.
[6] 刘次律，张维忠. 改进中学生数学观的策略研究[J]. 数学教育学报，2004，13（2）：39–41.

Investigating Research on Math Achievement Motivation of Private High School Students

BAO Man[1], ZHANG Hong-wei[1], GUO Hui-ying[1], MA Li-li[2]

(1. Mathematics Department of Harbin Normal University, Heilongjiang Harbin 150025, China;
2. Mathematics Group of Jingjiang High School, Jiangsu Jingjiang 214500, China)

Abstract: This essay investigated and analyzed the math study achievement motivation of students who were in private high school, then come to a conclusion that: the students from grade one to grade three had an obvious decrease in the aspect of math value recognition, math self-efficacy, performance goal and internal attribution; comparing with the students in general class, those who were in excellent class were more inclined to study goal while they study, in addition, laying more stress on the comprehension of math content; there's a sharp difference between the students of arts and the students of science, the score of science students in the dimensions of math study achievement motivation were much higher than those of arts students; students from the class whose headmaster were not math teachers were significantly higher in the aspect of math value recognition than those who did; boys were prominent than girls in recognition and internalization on math value, in regard of math self-efficacy, boys were exceedingly better than girls. After discussion draw the conclusion: based on the particularity of private school, the fact phenomenon after researching was that it's closely related and couldn't be separated from the current environment of education, the characteristics of math discipline and the particularity of private school.

Key words: value recognition; self-efficiency; achievement goal; attribution; achievement motivation

[责任编校：陈汉君]

第17卷第1期　　数学教育学报　　Vol.17, No.1
2008年2月　　JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION　　Feb., 2008

数学教师教法选择与学生反应的差异性实验研究

吴跃忠[1]，王雅春[2]

（1．华南师范大学 数学科学学院，广东 广州 510631；2．中国农业大学 动物科技学院，北京 100094）

摘要：数学教师选择教法与学生对于数学处理的认知具有根本的不同，当前教师的观念影响学生在教学中的主体地位，数学教师选择教法所依据的环境要求与学生选择教法有着明显的差异．

关键词：数学观；示意法；标签法；图示法；公式法

中图分类号：G424.1　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004–9894（2008）01–0056–03

1 问题与研究目的

以学生为主体进行教学似乎是共识，“新课标”也试图用具体的示例和要求来实现这一理念．然而研究表明，长期职业训练使教师形成自己的、被打上时代烙印的数学（教学）观，数学观指引教师选择教法，将科学形态的数学转化为反映教师观念的教育形态的数学[1]，另一方面，学生对于数学的理解不受哲学的影响，完全从心理学意义上看待数学[2–3]；因此，学生和教师关于教学方法的选择存在潜在的冲突．本研究通过剖析、整理一个经典知识点的4种教学法处理，以揭示这个冲突．

2 实验设计

本研究在同一个知识点上整理、构造4种教学法处理方式，以这4种模式为基础对教师做一个问卷调查，针对学生设计心理学意义上的样例实验，通过这两个研究，揭示师生选择教法的差异．

3 四种代表不同观念的数学教学方法

公式“$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$”可以设计成如下4种教学法处理．

3.1 示意法

计算：$(3x+2)(2x+1)$．

解：根据下面所示可以解决此题．

$(3x+2)(2x+1)$

这是我国现行的中学数学教科书中推荐的教学法，这种方法优点十分明显，既给出了算理，又给出了操作步骤，在教材中许多地方都有相似的应用，如用十字相乘法因式分解、用根轴法求不等式的解区间等，皆用这种直观的示意图，深受教师欢迎．

3.2 标签法

计算：$(3x+2)(2x+1)$．

解：把括号里的每项标上名称：

外项	内项	内项	外项
($3x$ +	2)(	$2x$ +	1)
首项	末项	首项	末项

去掉括号，有：

首项　外项　内项　末项

$3x\times2x+3x\times1+2\times2x+2\times1$

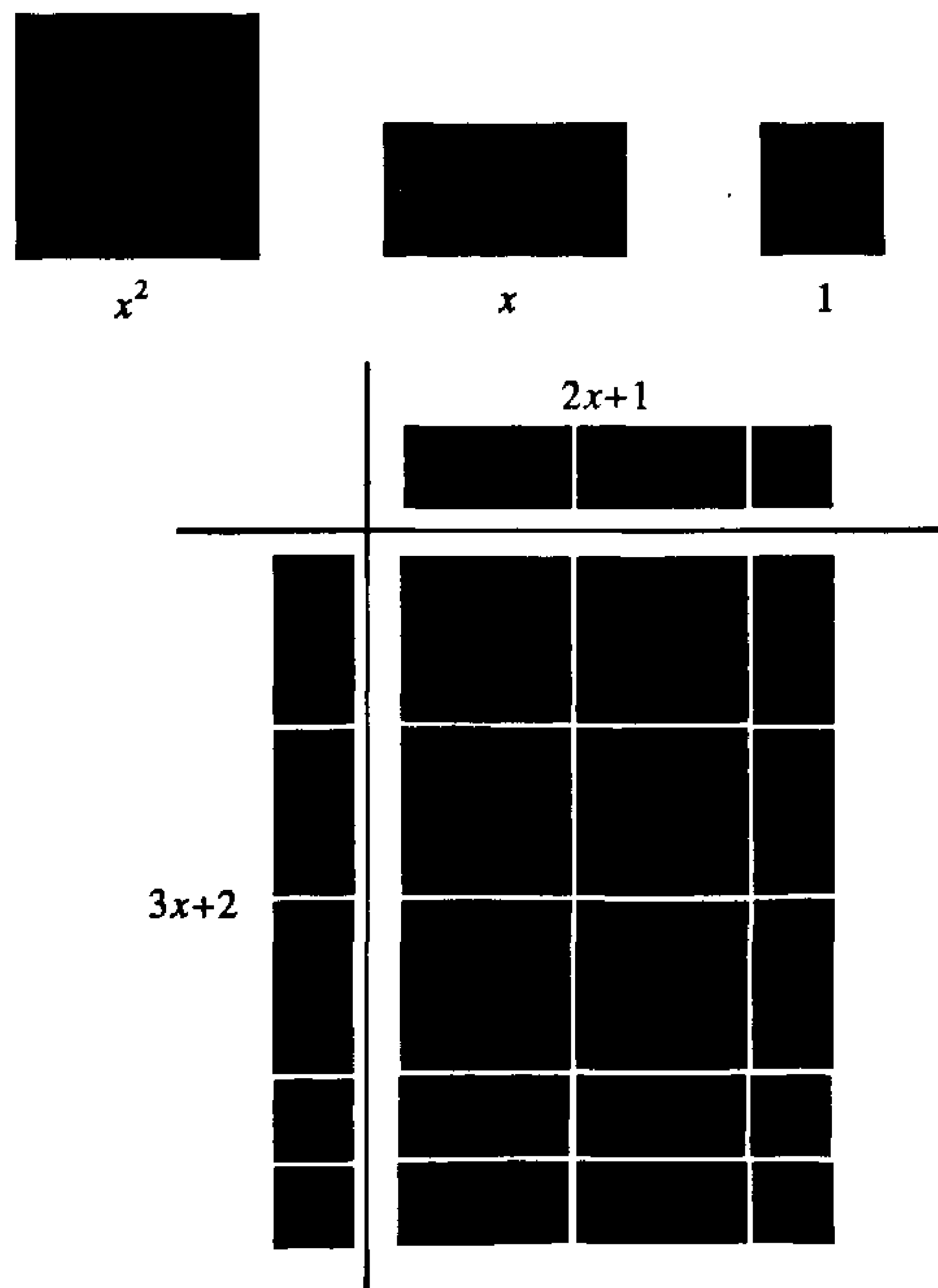
所以，$(3x+2)(2x+1)=6x^2+7x+2$．

这种解法[2]的特点是给操作对象打上标记，能够朗朗上口，本题可以总结成口诀：“前前加后后，里里加外外”，十分有利于熟记公式，是教学中经常使用的方法；如，在求解二次不等式的教学中，当不等式大于零时，有口诀“大于大的，小于小的”来记忆不等式的解集；又如，在复数乘法公式 $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$ 的教学中，人教版教学参考书中就总结出“前前减后后，里里加外外”的口诀，帮助学生记忆复数乘法展开公式，这些标签都是教师在双基训练中的经验结晶．

3.3 图示法

计算：$(3x+2)(2x+1)$．

解：用图形表示字母．



有6个正方形，7个长方形，2个小正方形，所以有：$(3x+2)(2x+1)=6x^2+7x+2$．此法为我国义务制教育数学课程标准所提倡，华东师大和北京师大实验教材中大量使用，美国学者 Mary Key Stein 将按照这种方法处理符号运算

收稿日期：2007–10–15

作者简介：吴跃忠（1959—），男，湖北人，副教授，主要从事数学教育理论、数学学习心理学研究．

的教学活动称为高认知的教学活动[4]．图示法的原型“出入相补原理”在我国古代数学中的地位非常重要，刘徽在注《九章算术·勾股》中对此有深刻的论述，而勾股定理的最易理解的证明是用“出入相补原理”证明[5]．

3.4 公式法

已知公式 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$．

计算：$(3x+2)(2x+1)$．

解：根据公式有 $a=3$，$b=2$，$c=2$，$d=1$，

$$(3x+2)(2x+1)=3\times2x^2+(3\times1+2\times2)x+2\times1$$
$$=6x^2+7x+2.$$

这种教学法处理是我们编拟的，该法与“在数学教学中强化抽象的符号运算，和演绎推理训练”[6]这一教学观相吻合，非常有趣的是，读者将会看到这一方法颇受教师青睐．

4 教师选择的教法

调查对象为华南师范大学数学科学学院 02 级函授班学员．接受调查的共有 24 人，其中有 9 位学员是小学教员，和 15 名初中教师．初中教师教龄最短的有 3 年，最长的有 12 年，最少教过这部分材料 1 次，最多教过 6 次，分析所引用的数据主要来自 15 位初中教师．

为了获得真实调查结果，在调查前，我们在黑板上详细地、不带偏好地讲解了这 4 种解法．讲解中尽可能公平地描述这 4 种教学方法，不评价其优劣以及其教育学意义上的差异．调查开始时我们强调接受调查的教师注意本研究的假设：这是多项式乘积的新授课，学生初次接触这项知识．

4.1 图示法被忽略

在对“这 4 种方法中哪一种方法你没有见过？”问题的调查中，15 位教师中有 9 人没有见过图示解法，4 人没有见过标签解法，回答“在教学中你最常用的是哪种方法？”时，所有人的最常用方法都是示意解法．

回答“在 4 种方法中选择两种方法在课堂上讲授 $(3x+2)(2x+1)$ 的展开式”时，有 10 位选择示意解法和图示解法，5 位选择示意解法和标签解法，有 3 位选择示意解法和公式解法．

请教师按照自己对 4 种方法的喜欢程度从高到低排序．结果有 10 位教师将示意法排在第一，3 位教师将图示法排在第一，2 位教师将公式法排在第一；7 位教师把图示法排在最后，4 位教师把标签法排在最后，3 位教师把公式法排在最后，一位教师把示意法排在最后；另外，在没有教过初中的 9 位小学教师中，也有 5 位教师把图示法排在最后．

上述受调查教师的回答告诉我们图示法没有被教师接受，一个可能的原因是过去的教材不提倡图示法，我们感兴趣的是，除了教材的推荐以及长期在教学中形成的习惯以外，还有没有其它的因素？

4.2 公式法受到重视

上面的调查基于教师的立场，以下加入了学生因素．

“在学生数学基础较差的班级里讲授这个内容”时，有 10 位教师选择示意解法，两位教师选择标签法，两位教师选择图形法，一位教师选择公式法．“在学生基础较好的班里讲授这个内容时”，有 7 位选择公式法，6 位选择示意法，3 位选择图示法，1 位选择标签法．

调查发现，教师对教法的选择还是有较深刻考虑的，差生用示意法确实是有利于掌握展开式的算法，容易形成运算技能；基础好的学生容易记住公式，更容易理解抽象的符号运算，所以教师选用公式法训练学生符号运算能力．

4.3 教师的数学观中缺乏对“数学神奇”的认识

从以上的调查问卷中我们看到，示意法和公式法是教师日常教学常用的方法，依据学生的基础水平依次由低至高从示意法到公式法进行选择，对于这两种选择稍加分析不难理解为何教师这样选择教法．

示意法根据乘法分配律获得展开式，其实质是注重算理、符合数学运算逻辑，较之图示法更具代数运算特征．

公式法首先要求学生承认公式 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$，其次，用待定系数法求具体算式（如 $(3x+2)(2x+1)$），似乎有“公理化”思想，并且是一个抽象的符号运算过程，而待定系数法又是中学代数中强调的一种重要方法，与解方程有联系，有着“更浓的数学味道”．

图示法用面积来表示代数式，给出代数运算的一个背景，并把几何的面积运算与代数运算联系起来[2]；更重要的是，图示法揭示了数学的神奇性：为什么每一个这样的展开式，都可以用那些小矩形拼成一个大矩形呢？为什么代数式的运算能够用面积来表示呢？数学的神奇性被认为是激励人们探索数学的重要力量[7]．但是，这里的代数与几何之间的神秘联系不能立刻转化为运算能力，因此教师认为没有必要用这种方法．

以下我们进一步研究学生对这 4 种方法的反映．

5 学生对四种教法的反映

本研究采用认知心理学关于样例研究的手法[8]，选用 4 种解法做为样例，每种解法配以相同的 4 道测试题，根据学生做测试题的成绩判断学生认知这 4 种解法的程度和水平．即探究这 4 种解法中，哪一种更为有利于学生在短时间内习得 $(ax+b)(cx+d)$ 的展开方法．

5.1 实验程序

实验对象是小学六年级进入第一个学期的学生．被试者知道一些面积知识，会求正方形和长方形的面积，样例和测试题没有出现负号．被试分别来源于广东佛山市禅城区的佛山第二十八小（30 人）、惠景小学（22 人）、石湾一小（17 人）和佛山第六小学（27 人），成绩在每个学校六年级属于中上等，被试首先通过一个测试，符合要求方可参加实验，每所小学参加一种解法的测试．

测试内容由一个样例和 4 道测试题构成，每所学校使用相同样例和测试题，不同的是样例的解法不一样．本实验测试学生对 4 种 $(ax+b)(cx+d)$ 展开方法的掌握程度：每个被试发有一份测试资料，共两页，第一页是样例，第二页是 4 道测试题．选择一位小学教师解释样例材料，我们首先为这位教师进行了实验目的和教学方法的培训，测试时间为 18 分钟，先用 3 分钟给学生讲一个数学小故事，意在让学生集中注意力；再用 5 分钟讲授解法；最后，让学生用 10 分钟做 4 道测试题，完成测试的学生都可以得到小奖品．

5.2 实验结果分析

5.2.1 测试结果

测试结果如表1所示.

表1 第一次试验各方法各题目的正确率总结

	示意解法	标签解法	图示解法	公式解法
题目1	60.00	40.91	88.24	22.22
题目2	60.00	36.36	47.06	11.11
题目3	60.00	22.73	76.47	14.81
题目4	73.33	31.82	70.59	3.70
正确率最小二乘均值	63.45[a]	32.76[b]	71.68[a]	12.07[c]

测试结果表明，图像解法与示意解法基本上具有相同的正确率，并且远远高于标签解法和公式解法. 对试验对象测试题的正确率进行了统计，对正确率进行了反正弦转换后进行方差分析，分析的模型中包括题目和解法效应，结果显示如表1，试题没有显著效应而解题方法对学生的正确率影响显著，进行 Duncan 多重比较结果显示接受图示解法和示意解法讲解的学生解题的正确率最高，显著高于另外两种解法，而图示解法和示意解法之间差异不显著.

5.2.2 实验结果讨论

图示法更易于学生接受并记忆这项新知识，只有示意法的效果接近图示法，至于标签法和公式法显然与学生的认知规律不相符合，文[4]将图示法看成高认知的教学活动，示意法（或标签法）是低认知教学活动，它们主要的区别是图示法给学生一个图像（面积）与符号运算之间的联系，示意法（标签法）却给出了一个机械的算法，教师们普遍认同示意法，但是，高水平的图示法同样有利于学生理解数学知识，这种观点在本研究的结果中得到证实.

6 调查实验的结论与启示

本文符号运算的4种处理方法代表当前数学教育中4种观念，虽然公式法由我们设计，但教师们认为此法更有利于训练优秀学生的运算能力，体现了数学的要求；图示法之所以不被重视，教师认为它对于形成学生迅速的运算能力似乎没有直接帮助；然而学生的选择则与教师有较大的区别，样例研究揭示图示法与示意法同样有利于学生习得内容.

本研究结论是：首先，教师的教法主要来源于课本，课本的教学要求左右教师选择教法，教材中的例题、练习和作业等都会强化教法的选择. 其次，整个社会的教育氛围都迫使教师不得不选择一种急功近利的教学法，以便能够让学生较快地掌握教学内容，这种教学法常常与学生对内容的理解无关，而与模仿有关；再者，教师更偏向于选择有利于抽象的符号运算或逻辑推理的教法，较少考虑让学生直观感受知识；最后，在当前的教学要求下，教师形成关于数学的观念，这种观念或多或少地将数学看成形式的内容，希望学生们较快地掌握形式化的符号运算，发明一些方法记忆知识，对于一些直观的、有联系的教学法处理，如本研究中的图示法，教师认为它不能立竿见影地培养学生的快速运算能力，因而拒绝使用.

由本研究得到启示：基于考试文化形成的数学（教学）观与学生的认知特点存在较大的差异，教师主导课堂教学，不改变教师的数学观就不可能从根本上保证学生在课堂中的主体地位，致使构造以学生为本的、民主的课堂文化成了一句空话.

教材编写应将高水平的认知活动作为教学任务，充分考虑学生的认知水平，不要把后续任务作为新授课；同时，教师的能动作用非常明显，一旦形成了老师自己的数学观，教师将会创造性的把自己对于数学的理解实施到教学工作中.

[参 考 文 献]

[1] Paul Ernest. 数学教育哲学[M]. 齐建华，张松枝译. 上海：上海教育出版社，1998.
[2] Anderson J R, Famell R, Sauers R. Learning to Program in LISP [M]. Cognitive Science, 1984.
[3] 唐雪峰. 代数图式相似性对样例迁移中原理通达的影响[J]. 心理科学，2004，27（5）：1052–1055.
[4] Mary Kay Stein. 实施初中数学课程标准的教学案例[M]. 李忠如译. 上海：上海教育出版社，2001.
[5] 沈康身. 历史数学名题赏析[M]. 上海：上海教育出版社，2002.
[6] 张奠宙. 数学教育学概论[M]. 北京：高等教育出版社，2004.
[7] 马里奥·利维奥. 解读黄金比例[M]. 刘军译. 长春：长春出版社，2003.
[8] 莫雷. 表面概貌对原理运用的影响的实验研究[J]. 心理学报，2000，32（4）：399–408.

Experimental Study on Effect of Different Mathematical Teaching Methodologies on Students' Performance

WU Yue-zhong[1], WANG Ya-chun[2]
(1. School of Mathematical Science, South China Normal University, Guangdong Guangzhou 510631, China;
2. College of Animal Science & Technology, China Agricultural University, Beijing 100094, China)

Abstract: The teaching philosophy of a teacher would be influenced by the opinions he had for education and his scientific discipline, as well as the social environment. How above mentioned factors were affecting our mathematic teachers, what were their views for education and mathematics directing their teaching practices, and how important our students, who were the principal part of the teaching, were for the teacher's choices of teaching methodology, however, were not available in the literature, especially targeting Chinese education practice. Current study designed four teaching methodologies based on Chinese mathematics teaching situation. It represents four teaching philosophies in mathematics. Investigations using questionnaires filled by teachers and sample study method accomplished by students learning mathematics were employed to detect the factors affecting teacher's teaching philosophy and evaluate their effects.

Key words: mathematical philosophy; exampling method; labeling method; diagram method; equation method

[责任编校：周学智]

中学生数学学习选择能力与学习成绩相关性研究

张文宇[1]，范文贵[2]，张守波[3]

（1．渤海大学 数学系，辽宁 锦州 121000；
2．天津师范大学 初等教育学院，天津 300387；3．渤海大学 教务处，辽宁 锦州 121000）

摘要：数学学习选择能力是一种数学学习能力．中学生的数学学习选择能力是影响学习成绩的重要因素，二者有着比较高的正相关，并且相关性显著．增强中学生数学学习选择能力的策略有：唤醒学生的选择意识，尊重学生的选择权利，积极改变教师的角色，加强对中学生数学学习选择能力的培养．

关键词：选择能力；相关性；数学学习

中图分类号：G632.0　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004–9894（2008）01–0059–03

1 引　言

1.1 问题提出的背景

人的一生是在不断的选择中完成的．因此，教育应该重视选择的作用．从某种程度上讲，教育的使命就是让学生学会选择[1]．而学生作为教育活动的主体，学生的选择就更应该受到重视．学生的学习过程，其实是一连串的选择活动，从学习目标、学习方式到学习手段，无一不是选择的结果；从“学什么”到“怎么学”也无一不是选择的过程[2]．事实上，在学习过程中，学生总是选择那些最合意的即自以为最有意义的内容作为学习客体，总是选择那些自以为最有价值的学习客体的某一方面作为自己的主攻方向[2]．然而，长期以来，学生的选择往往由教师、家长“包办”．学生学习选择能力的培养却长期没有得到重视．

新一轮课程改革的重要目标之一，就是要构建体现多样化、选择性的课程结构．数学课程应具有多样性与选择性，使不同的学生在数学上得到不同的发展[3]．而高中阶段选修课的设置和增强，对学生的选择能力提出了更高的要求．高中数学课程应为学生提供选择和发展空间，为学生提供多层次、多种类的选择．学生可以在教师的指导下进行自主选择[3]．

1.2 中学生数学学习选择能力的界定

我们认为：中学生的数学学习选择能力是指中学生在数学学习活动过程中形成和发展起来的，能够对学习对象（客体）进行辨别、筛选的，有助于数学学习的一种个性心理特征[4]．数学能力根据数学活动的不同情形分为数学学习能力与数学研究能力．数学学习能力是在数学学习活动中，理解数学知识内容，顺利地掌握必要的技能、技巧的能力，它是在数学学习活动中形成和发展起来的，是用以保证顺利地完成数学学习所必须具备的心理条件[5]．可见，数学学习选择能力是一种数学学习能力．“数学学科自我监控能力”主要可分为3个方面：一是学生对自己数学学习活动的计划；二是在数学学习活动中进行有意识的检验和反馈；三是对自己的数学学习活动进行有意识的调节、矫正和管理．可见，学生在对学习活动的自我监控过程中，要善于选择适合自己的学习内容、学习材料、学习方法、学习策略[6]．因此，数学学科自我监控能力包含选择的因素．中学生学习选择能力可以增强学生学习活动的自觉性，提高学习活动的正确率，保证学习质量．数学学习选择能力不但影响中学生的学习，对数学家也同样有着很深的影响．许多著名的数学家、数学教育家都对“选择”作过详细的论述．这也体现了他们对培养学习选择能力的关注和重视[4]．

基于此，我们按照学生学习对象的不同，将中学生数学学习选择能力分为5个方面：解题中的自我监控，对学习方法的选择，对学习内容的选择，对学习辅导资料的选择，以及对课程资源的选择．

1.3 研究的具体问题

在研究了与中学生数学学习选择能力相关文献的基础上，我们明确了培养中学生数学学习选择能力的急迫性与必要性．因此，准确地了解“中学生数学学习选择能力”的现状，分析“中学生数学学习选择能力”与学习成绩的相关性是非常必要的．

2 研究方法

2.1 被试的选取

被试为锦州市两所重点高中高二的学生，共460人，回收有效问卷424份．有效回收率为92%．

2.2 研究方法和工具

（1）本研究的研究方法主要采用问卷调查法．为了确保问卷的真实性、可靠性，问卷全部采用不记名的方式．该问卷有12个问题．基本包含了中学生学习活动中与该研究相关的、有价值的问题．我们要求学生自己填写在做问卷时刚结束的数学期末考试的成绩．而且，所有被试用的是同一套考试题．问卷中选择题的选项，从选项A到选项E依次赋值为5，4，3，2，1．

（2）本研究的数据采用统计分析软件SPSS13.0进行统计处理．

3 研究结果与分析

3.1 中学生数学学习选择能力与学习成绩的相关性研究

（1）问卷的t-检验、因素分析和信度分析．

收稿日期：2007–09–20
基金项目：辽宁省教育厅高等学校科学研究项目（A类）——数学课程与信息技术整合的研究（05W012）
作者简介：张文宇（1980—），男，辽宁朝阳人，硕士，主要从事数学课程与教学论研究．

为了验证工具在统计上的有效性，先对数据进行独立样本 t-检验，因素分析和信度分析.

第一，t-检验，以 t-test 检验高低二组在题项上的差异. 数据表明，a_1 到 a_{12} 的 t 值均达显著，表明问卷的12个问题均能鉴别出不同受试者的反应程度.

第二，因素分析. 为检验量表的结构有效度，对问卷进行因素分析. 得出该问卷的KMO值为0.816，表示适合进行因素分析. 依据因素分析的结果，将问卷的12个问题分为2组：第1组：3，1，6，11，10，4；第2组：9，8，7，12，2，5.

第三，信度分析. 采用"Cronbach α"系数测得第1组问题和第2组问题的信度. 结果如下：第1组问题的"Cronbach α"系数为0.778，第2组问题的"Cronbach α"系数为0.731. 学者DeVellis（1991），Nunnally（1978）等认为，一份好的量表或问卷，信度系数最好在0.80以上，0.70至0.80之间还算是可以接受的范围；分量表最好在0.70以上，0.60至0.70之间可以接受[7]. 因此，本研究的问卷是可以接受的.

（2）相关性研究.

为了考察中学生的数学学习选择能力与学习成绩的关系，我们进行了相关性研究. 结果如表1所示.

表1 中学生数学学习选择能力与学习成绩的相关性

		中学生数学学习选择能力	学习成绩
中学生数学学习选择能力	皮尔逊相关系数	1	0.603**
	双尾检验		0.000
	人数	424	424
学习成绩	皮尔逊相关系数	0.603**	1
	双尾检验	0.000	
	人数	424	424

注：**表示 $P<0.01$

相关系数在0.4~0.6之间为中等相关，此时的研究既有理论意义又有实际意义[8]. 研究表明，中学生的数学学习选择能力与学习成绩相关系数达到了0.603，且相关性显著.

3.2 中学生数学学习选择能力的现状

（1）中学生解题中的自我监控.

第1题和第2题考查学生在解题中是否有计划，能否选择出解决问题的策略. 它们的平均分都不高，分别为2.68和3.46. 表明学生对数学问题的性质、特点和难度以及解题的基本策略难以做出正确的判断和选择. 第3题和第4题考查学生解决问题后能否反思解题过程的成败得失及其原因. 结果显示：解题后反思的习惯仍没有引起学生足够的重视，大部分学生反思的意识比较差.

（2）中学生对学习方法的选择.

问题7涉及学生是否有适合自己的学习方法. 数据表明：只有40%左右的学生选择了A项和B项，他们在学习中经常或总是有适合自己的学习方法. 而其他60%的学生却不能做到这一点. 这个问题应该引起我们的重视：在教学中不但要重视知识的传授，更要指导学生学会学习. 问题8涉及学生学习遇到困难时，自己能否有效地解决. 从统计结果看，情况比较令人满意，平均分达到了4.08. 学生对问题11和12的回答基本让人满意，平均分分别为3.46和3.84. 学生在学习中学会选择，就要注意自己的优势和薄弱环节，为自己的数学学习准确、客观地定位. 有了这样的选择，学生就可以合理地分配自己的精力、时间，提高学习效率.

（3）学生对学习内容的选择.

在第6题中，有将近50%的学生选择A项和B项，表明这部分学生能够经常或总是选出自己感兴趣的内容，这有助于学生了解自己在数学方面的兴趣爱好，对在高中阶段选择适合自己的选修课是十分有益的. 在第10题中，学生的平均分达到了3.65. 有60%左右的学生选择A项和B项，表明他们在学习中具备较强的识别能力，经常或总是找到学习的重点.

（4）中学生对学习辅导资料的选择.

问题9涉及学生能否独立地选出适合自己的学习辅导资料，平均分达到了4.02. 这表明大部分学生在这方面的独立意识很强，对问题所描述的行为活动能够进行自我支配.

（5）中学生对课程资源的选择.

与数学有关的课外知识是数学课程资源的重要组成部分. 问题5涉及学生对课程资源的选择问题. 从统计的数字看，有56%的学生选择A项和B项，说明他们经常或总是主动地利用课本以外的资源来完成学习任务. 但是有26%的学生忽视了该问题，选择了D项和E项.

4 结论

通过对锦州地区高二年级学生数学学习选择能力的研究，我们得出如下结论：第一，中学生的数学学习选择能力是影响学习成绩的重要因素：二者有着比较高的正相关，并且相关性显著；第二，中学生数学学习选择能力的现状从总体上来说需要进一步改善. 学生对学习辅导资料和课程资源的方面的选择能力尚可；中学生解题中的自我监控，对学习内容、学习方法的方面选择能力情况不容乐观，情况具体表现为：（1）大部分的学生还没有养成良好的解题自我监控的习惯，不能选择合适的解题策略. 解题中缺乏估计、预测和调节，解题后缺乏反思；（2）有20%左右的学生很少能找到自己感兴趣的学习内容；（3）大部分学生不能选择出适合自己的数学学习方法.

5 思考与建议

5.1 唤醒学生的选择意识 尊重学生的选择权利

学生自身是具有选择能力的. 而作为学习活动的主体，每个学生都拥有选择自己学习方式、学习方法的权利[1]. 教师要充分尊重学生并信任学生能做出合理明智的选择，把选择权交还给学生，在学习内容、学习方法上给学生更大的自由选择空间，为学生提供实践选择的机会. 学生也更有机会了解自己的优势和特点，找到自己的优势领域和学习方法，找到适合自己发展的空间.

5.2 教师角色的积极改变

赋予学生更多选择的权利并不意味着学生可以盲目的、随心所欲地选择和教师作用的完全丧失. 这就要求，在学生进行选择的同时，教师要对学生进行适当地指导. 第一，为

学生设计和提供多元化的、丰富的、有意义的学习选择资源；培养中学生的数学学习选择能力．第二，对学生的选择给予引导，提出供学生参考的建议．第三，教师应该掌握学生的教育背景，教育背景可以通过学生以往的学业成绩、成长记录等来反映．它们能够潜在地预测学生在某一领域方面的能力水平、发展潜力[9]．

5.3　应加强对中学生数学学习选择能力的培养

（1）在教师的教学中，教师要注重培养学生的数学学习选择能力．第一，教师要设计出适当的教学情景，努力反映数学的创造过程．让学生在这样的情景中像数学家那样去研究问题，去猜想、发现真理，亲身经历选择的过程．第二，在设置教学情景时，教师应注意问题情景的变化性、开放性，使学生能够得到选择、决策、排除困难等的训练．

（2）在学习上，鼓励学生善于根据自己的兴趣、特长，有目的、有重点地学习．

要培养学生学会选择学习内容，哪些是重点内容，哪些是需要了解的内容，哪些内容可以一读即可；要培养学生学会抓重点、中心，注意自己学习的薄弱环节；要培养学生学会选择适合自己的学习方法、学习辅导资料、与数学学习相关的资源等．

（3）在解题上，培养学生对解题过程的检验意识和技能．

从我们的调查中可以看出，学生普遍存在不对自己的解题过程进行反思，不会分析、评价和判断自己解题方法的优劣的情况．为了提高学习效率，必须注重培养学生在解题过程中检验、反思的习惯．

[参 考 文 献]

[1]　王守纪．重视选择，学会选择——后现代主义选择观给我们的启示[J]．中国教育学刊，2002，(4)：30–32.
[2]　张天宝．主体性教育[M]．北京：教育科学出版社，1999.
[3]　中华人民共和国教育部．普通高中数学课程标准（实验）[M]．北京：人民教育出版社，2003.
[4]　张文宇，范文贵．中学生数学学习选择能力研究[J]．长春师范学院学报（自然科学版），2007，(2)：121–125.
[5]　编写组．数学教育学导论[M]．北京：高等教育出版社，1992.
[6]　章建跃．中学生数学学科自我监控能力[M]．上海：华东师范大学出版社，2003.
[7]　吴明隆．SPSS 统计应用实务[M]．北京：中国铁道出版社，2000.
[8]　范晓玲．教育统计学与 SPSS[M]．长沙：湖南师范大学出版社，2005.
[9]　张文宇，张守波，范文贵．关于中学生数学学习选择性的调查研究[J]．渤海大学学报（自然科学版），2006，(4)：352.

Study of Relevance between Secondary Students' Selective Ability to Mathematics Learning and Their Mathematics Achievement

ZHANG Wen-yu[1], FAN Wen-gui[2], ZHANG Shou-bo[3]
(1. Department of Mathematics, Bohai University, Liaoning Jinzhou 121000, China;
2. Primary Education College of Tianjin Normal University, Tianjin 300387, China;
3. Dean's Office, Bohai University, Liaoning Jinzhou 121000, China)

Abstract: In mathematics teaching, it was necessary to investigate the current condition of secondary students' selective ability, research the relevance between secondary students' selective ability and their Mathematics Achievement. To begin with, the author defined the concept of "secondary students' selective ability to mathematics learning" at the base of arrangement of mathematics documents. Second, Analysis of the research showed: (1) Secondary students' selective ability was an important factor in their mathematics learning. There is higher relevance between them. (2) It was found that the students' selective ability to mathematics learning is not satisfactory. Third, the paper proposed some pieces of advice on how to cultivate secondary students' selective ability in their mathematics learning.

Key words: selection ability; learning; relevance; mathematics learning

[责任编校：陈汉君]

新课程标准下广东地区初中数学开放题教学现状的调查研究

刘 喆

（华南师范大学 数学科学学院，广东 广州 510631）

摘要：广东地区初中数学开放题教学的情况是：大部分学生初步了解数学开放题，并具备一定问题解决能力；课堂教学的实效性不够，没有充分激发学生的学习兴趣；教师自身对数学开放题了解不深刻，缺乏良好的数学开放题的教学观；受多种因素影响，数学开放题教学的质量不高；学生数学交流、提出问题的能力有待提高；当前教师开展数学开放题教学的情况并不乐观等问题．在初中数学教学中，应合理创设条件，处理好学生的发散思维和收敛思维、认知和元认知等几个关系．在初中开展数学开放题教学是完全可行的．

关键词：数学开放题；数学开放题教学；调查

中图分类号：G622.0 **文献标识码**：A **文章编号**：1004–9894（2008）01–0062–05

从20世纪80年代日本学者首次提出“数学开放题”的概念至今，许多国家已经把数学开放题列入教学大纲．我国2001年颁布的《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》（以下称《标准》）也指出[1]：在初中阶段（7~9年级），“在采用书面考试时……要控制客观题的比例，设置一些探索题和开放题，以更多地暴露学生的思维过程，对于这些问题，应允许学生有比较充裕的时间回答”；“在教学活动中，要重视引导学生自主探索，培养学生的创新精神，教师必须转变角色，充分发挥创造性，依据学生年龄特点，设计探索性和开放性的问题，给学生提供自主探索的机会”；此外，“开放性任务的解决过程中，可以收集到学生多方面的信息，有利于对学生进行评价”……根据《标准》编写的初中新教材不仅设置了许多开放性的例题和习题，而且对数学知识的呈现方式也是开放的，为学生提供了探索性学习的空间．

20世纪末，基础教育课程改革作为一项国家重要战略举措被提出来，教育部决定从2001年秋季开始，用5年左右时间在全国范围内实行基础教育新课程体系．2007年，课程改革已经进入第六个年头，全国义务教育阶段各年级学生将基本全部使用新课程教材．在此背景下，我们对广东地区初中数学开放题教学的情况进行了调查，目的是通过对教师、学生两个层面的调查了解广东地区初中数学开放题教学的现状，理清存在的问题，提出教学建议，为不断深入的中学数学课程改革提供参考依据．

1 调查结果分析

1.1 研究方法

1.1.1 调查对象

广东地区各类初级中学24所，初中数学教师120人．其中，具有本科学历的占82.76%，具有专科学历的有17.24%；教龄7年或以上的教师有58.62%，3年或以下的有24.14%．发出学生问卷1 440份，收回有效问卷1 389份．

1.1.2 调查工具

采用自行编制的教师问卷、学生问卷、教师访谈实施记录表、学生访谈实施记录表进行实地调查．调查内容主要涉及了初中数学开放题教学开展情况及效果、学生数学学习能力、教师在教学中遇到的困难等方面．

1.1.3 数据收集与整理

调查采用以班级为单位的团体测量方式，在课间或自习课时对教师和学生进行施测．测试结束后，在个别样本学校随机抽取15名教师、30名学生进行了访谈，内容按访谈实施记录表中的“访谈提纲”进行．问卷回收后，剔除无效问卷，数据采用Excel进行处理．

1.2 初中数学开放题教学现状

（1）大部分学生初步了解数学开放题，并具备一定的问题解决能力．

学生问卷显示：只有13.33%的学生对数学开放题一点都不了解，74.92%的学生解决过数学开放题，其中42.30%的接触来源是教师，41.70%是课本和课外辅导书．解决过数学开放题的学生中，16.87%觉得简单有趣，喜欢此类题目；52.36%认为有些难，但是很有趣，喜欢此类题目．

高水平的数学开放题包含的知识面很广，往往要调动头脑中大量的知识储备，才能使问题得以解决，所以具备一定的数学联结能力对解决开放题有促进作用．调查中，有50.00%的学生表示在解决一道数学题时，能够调动并运用已经学过的知识，会自问“学过的哪些知识与本题有关？我可以用其它方法解决吗？”，16.73%的学生会经常这样做．

收稿日期：2007–09–27

作者简介：刘喆（1980—），女，安徽蚌埠人，博士生，主要从事中小学数学教育研究．

不少学生在问题解决的过程中表现出一定的自我监控意识，其中 45.80%的学生表示在解决完一道数学题后会进行检查，力求答案正确，检查的手段有自己评价和与同学互评两种方式；还有 12.50%的学生能够不仅仅用一种方法得出答案，还会用其它方法，希望找到最简便的方法．尽管学生在解题中对自己思维的合理性进行主动、自觉地判断的方式尚处于较低水平，但这种自我监控的意识对开展数学开放题教学有积极作用．

数学开放题的解答要以学生独立思考、独立完成为前提条件，而且数学开放题所引起的认知冲突给学生的学习带来的困难，需要学生具备积极探索的意志品质去克服．受试的学生在数学问题无法立即解决时，只有 19.23%的学生直接看其他同学的结果或等老师讲解，绝大多数学生表示会与同学或老师讨论，在讨论中得到启发，然后自己再去解决，或者先放一放，过段时间再重新思考，直到想到为止．

由此可见，在学生方面已经对数学开放题有初步了解，并基本具备一定问题解决的能力，为开展数学开放题教学提供必要的条件．

（2）当前教师开展数学开放题教学的情况并不乐观．

79.31%的教师偶尔会在适当时机开展数学开放题教学，13.79%是经常开展，但其中只有 7.41%的教师会以专题的形式进行教学，大部分教师只是在平时教学过程中适当穿插或遇到数学开放题才简单讲解一下．在问及开展数学开放题教学的原因时，33.33%的教师认为此类教学有很高的教育价值，40.74%认为这是学生发展的要求，而 37.04%表示因为在考试中数学开放题占有一定比例，44.44%的教师表示是因为新课程标准的要求．调查表明，大部分教师自身对数学开放题教学并不重视，流于形式，认识不到位．

（3）增强课堂教学的实效．

调查结果表明，55.57%的教师认为在进行数学开放题教学的时候，学生能够比较积极参与；34.48%的教师认为学生对数学的兴趣提高了；66.67%的教师认为数学开放题教学增强了学生从多种角度思考问题的能力．学生中有 69.23%的人喜欢数学开放题；而且，28.66%的学生希望教师能够开展数学开放题教学．

在访谈中，大多数教师认为数学开放题进入日常教学具有重要作用：第一，能够开阔学生思维，提高他们运用知识的能力；第二，能够充分调动学生积极性，发挥学生主体性；第三，使数学教学过程转变为学生进行数学探索、数学发现的学习过程．

1.3　初中数学开放题教学存在的主要问题

（1）教师自身对数学开放题了解不深刻，缺乏良好的数学开放题的教学观．

教师调查问卷显示，只有 27.59%和 10.34%的教师十分了解数学开放题和数学开放题教学；对于所了解的数学开放题教学的主要来源，来自教材及教学参考书、教学大纲、网络资源和学校组织培训的教师比例分别为 55.17%、3.45%、44.83%、34.48%和 0.00%．

尽管大部分被访教师肯定了数学开放题教学的意义，但是他们反映这些意义多数是在阅读数学教学杂志后体会到的，至于在日常教学中开展此类教学，教师们还是持不同态度．一些教师认为，初中生知识水平、学习能力有限，不能够完善地解决问题，所以数学开放题教学不是教学主流，当碰到数学开放题时才对学生解释一下，让学生了解即可；另一些教师认为，这种教学势必要求学生能够对问题进行交流，但初中生的数学语言表达、交流合作能力总体水平不高，让学生在课堂上自由讨论的效果还不如以教师讲解为主的效果好；还有教师认为，数学开放题是人为编制的题目，只让学生得到结果即可，没必要刻意开展相关教学．

由此可见，教师自身不仅对数学开放题认识不深刻，而且受传统教学观念的影响，低估了学生的潜能，也未形成与时俱进的教学观．

（2）受多种因素影响，数学开放题教学的质量不高．

开展过数学开放题教学的教师中，62.96%觉得效果一般；认为学生能够积极主动参与的教师只有 7.40%．几位刚刚走出大学校园的教师反映，尽管在学校专业课程中学过数学开放题及其教学的相关理论，也深知它有很高的教育价值，但是真正走上工作岗位后，种种原因使得这种教学无法开展．经过访谈得出妨碍教师开展数学开放题教学的因素有：日常教学任务重，时间不够充足，而数学开放题教学的备课工作量较大；有些教师还是受到“考试指挥棒”的左右，认为分数是学校、班级的生命线，担心开展开放题教学“浪费时间”，使得正常教学不能按期完成，但是如果数学开放题属于考试内容，就有必要开展，否则无必要；学生水平不同，许多学生依赖性强，独立思考能力弱，尚未建立起解决开放题的足够的经验，思维广度不够；教师自身的专业修养不够，未经过广泛阅读去研究数学开放题及其教学，以至于对开展数学开放题教学的程序无深入认识；没有专家指导的机会，缺乏高水平的参考资料，尽管新教材出现数学开放题的身影，但是比较浅显，不适合作为教学的载体．

（3）学生数学交流、提出问题的能力有待提高．

在数学开放题教学中，学生接触到的许多问题仅靠一个人的力量在有限的时间内不能很好地完成，必须依靠大家的力量和集体的智慧分工合作进行．但调查结果显示，在老师让大家对某个数学问题讨论时，有 37.54%的学生表示“听其他同学怎么说，不想思考，也不主动参与讨论”，20.80%的学生是“自己思考，不参加讨论”，只有 31.30%的学生愿意“认真思考，大胆与其他同学进行讨论，积极表达自己的见解”．由此可见，大部分学生在与他人交流合作方面的表现并不积极．

在数学学习中，发现问题并提出问题的能力是十分重要的，受试的学生有 64.51%能“偶尔发现问题”，30.30%的能

够“经常发现问题”，在发现问题的基础上，22.93%的学生表示“从来不提出来与他人讨论”，47.35%的学生“很少提出来与他人讨论”.

可见，学生发现问题的能力较好，但是很少能够提出来与他人分享，学生的合作交流还应得到更多鼓励和引导.

2 讨论与建议

（1）初中开展数学开放题教学的可行性分析.

① 初中生的自我意识日益强烈.

根据学生身心发展的规律，儿童有一种与生俱来的探索欲和好奇心，小学高年级至初中的学生这种自我和自我发展的意识日益强烈，他们总爱把自己当成探索者、研究者、发现者，并且对与自己的直观经验相冲突的现象，对“有挑战性”的任务很感兴趣. 因而，初中生的自我意识的发展可以使数学开放题教学更具挑战性.

② 初中生思维的独立性和批判性明显发展.

初中生抽象逻辑思维开始占主导地位，他们能够理解一般的抽象概念，掌握一定定理、定义、公式并且能进行逻辑推导. 此外，初中生思维的独立性和批判性也得到明显发展，由于知识经验的不断积累，思维水平的日益提高，他们常常不满足教师或教科书中的解释，不喜欢现成的结论，大胆地提出自己的意见……他们要求独立思考，对什么事都要追根求源的倾向十分明显[2]. 初中生思维发展的这些特点为开展数学开放题教学提供了基础.

③ 新课程标准的理念提供了正确的指导方向.

《标准》已经明确提出，在初中阶段采用书面考试时，可以设置一些开放题；在教学活动中，设计探索性和开放性的问题，引导学生自主探索，培养学生的创新精神；通过开放性任务的解决，对学生进行更合理的评价. 可见，《标准》强调了数学开放题教学的重要性，为教师开展数学开放题教学提供了正确的指导方向.

④ 新教材呈现出开放性的特点，数学开放题占一定比例.

随着新课程标准的颁布与实施，一批富有时代气息的实验教材竞相而出. 与传统教材相比，它们呈现出的显著的特点就是开放性. 新教材包含了许多贴近学生的实际生活，具有现实背景的数学开放型问题，为教师开展数学开放题教学提供了很好的素材，也为培养学生主动参与、积极探究的习惯提供了条件.

（2）关于开展数学开放题教学的条件.

● 在教师方面：

① 创设良好的问题情境.

为保证数学开放题教学的有效开展，教师必须创建良好的问题情景，所选择的数学开放题要满足起点低、有趣味性的特点，使广大学生都能够参与到教学过程中，给学生更多体验成功的机会，增强学生的自信心；但是低起点并不意味着降低教学要求，同时选择的问题还要有一定的发展性，一个问题本身可层层发展为一系列问题，从而满足不同水平学生的需要.

② 教会学生群体合作的学习方法.

在数学开放题教学中，既要有学生独立思考的个体活动，又要有师生之间、学生之间的合作、讨论、交流的群体活动. 数学开放题答案的多样性使得其最终的解决只靠个人的力量在有限的时间内难以完成，需要依靠集体的智慧和群体的力量. 在这种群体学习活动中，教师应鼓励学生既要准确地表达自己的思想和见解，又要善于聆听别人的见解，尊重别人，认识合作的重要性.

③ 在教学中起好调控作用.

在数学开放题教学中，教师不再是教学活动的唯一主角，不再是知识的唯一传播者；但教学内容的完成还必须通过教师这一“中介”来实现. 所以，教师首先应通过自己的言传身教使学生领会数学开放题的本质特点，掌握正确的数学思想方法，学会数学地思维；其次，要帮助学生扫除问题解决过程中的障碍，指导学生调整学习行为，对学生的学习活动做出恰当评价.

● 在学生方面：

① 有良好的数学开放题学习观.

学生应该认清自身在开放题教与学中的地位，具有正确的学习态度，了解开放题的学习特点，做到心中有数. 首先，学生应认识到自己是开放题教学活动的主体，只有通过个体独立或集体合作学习，才能有真正意义上的开放题学习. 其次，在解决开放题时，学生不能仅仅满足“显然”解法，不应只看重解题得到了多少结论，得到什么结论，要做深层次思考，把解题看作数学探索、数学发现的活动过程. 学生应该认识到完善地解决某道开放题，光靠个人的力量往往是不够的，应具备交往的能力和合作的精神，不要“闭门造车”、“孤芳自赏”. 只有这样，才能获得最大的学习效益.

② 具备一定的思维品质.

一般来说，数学开放题包含的知识点较多，没有固定的解题模式，要求学生能够打破常规，从不同角度全面观察、广泛联想、创造性地思考. 也就是说，学生只有具备与年级学习水平相适应的深刻性、批判性、创造性的思维品质时，才能在开放题教学中进行深入思考，才能使开放题的功能充分发挥.

③ 拥有必要的联结能力和认识结构.

学生具备必要的联结能力，将有助于形成较好的认知结构，在问题解决时，就能够把问题的各种要素和相关知识联系起来，以便找到解题策略. 开放题内涵丰富，包含多个知识点，为保证开放题教学的顺利开展，要求学生拥有一定的知识储备作为基础，因此学生应该具有良好的认知结构.

（3）开展数学开放题教学应处理好的几个关系和应注意的几个问题.

● 应处理好的几个关系：

① 思维的发散性与收敛性的关系.

研究数学开放题教学策略时，要注意创设开放的情境，教师要鼓励学生从不同角度，采取不同策略去解决数学问题,充分培养学生思维的发散性.但是如果一味地追求开放，忽视开放中的统一性，反而会降低开放题的思维价值.所以，在教学中也要重视开放中的调节以及在“放”的基础上的“收”,“收”要收在学生的发展性目标和认知性目标上.也就是说，我们在允许学生根据各自水平进行解题，允许学生表现出一定差异的同时，要让学生学会对所得出的不同方法和解答进行比较和鉴别——解题策略是否最优？答案能否推广？

② 认知与元认知的关系.

在数学开放题教学中，教师要教会学生通过数学开放题的学习获得基础知识、思想方法和解题技能，使学生的认知能力得到提高，而且教师还要重视学生元认知能力的发展.元认知即是指主体对于自身所从事的认知活动（包括“意义学习”和“问题解决”等）的自我意识、自我评价和自我调整，其涉及的对象不仅是指具体的认知活动，还包括整体性的认知结构和认知策略等.在教学中处理好认知与元认知的关系更有利于发挥数学开放题的教育功能，认知是元认知的基础，元认知是为了更好地认知，这两者是相辅相成的关系.

③ 全体与个体的关系.

数学开放题教学的设计要兼顾学生全体与个体.在教学过程中，既要发挥学生的个体差异，给全体学生“自由”创造的时空，鼓励全体学生互相交往；也要给学生个体独立思考、表达自己见解的机会.对数学开放题的选择也一样，不仅要具备适合广大学生认知水平的基础性特点，而且要拥有凸现个别学生能力的拓展性特点.

● 应注意的几个问题：

① 重结果，更重过程.

在数学开放题教学中，对学生学习活动的关注不应只停留于其外在表现，即不应只看重解题得到了多少结论，得到什么结论，而应深入到他们内在的心理活动之中，应该更注意解题中学生的思维过程，把解题看作学生进行数学探索、数学发现的学习过程.

② 承认差异，共同发展.

数学开放题答案的多样性，决定了不同学生在解题中可以根据各自的经验和知识对问题做出不同的理解，因而数学开放题教学能充分体现学生的个体差异.在提倡发挥学生的个体差异性和“自由”创造的同时，应该注意到这种差异并非是无限制的，因而要有一定的准则来规范学生的学习行为，如让学生在合作学习中，充分进行数学交流，扬长补短，使学生的建构活动在教学过程中不断得到纠正、补充、发挥和完善，从而促进教学目标的有效实现.

③ 独立思考与合作交流相统一.

从教学的角度看，没有学生的积极参与，不可能有真正意义上的数学开放题教学.因而学生的主动参与和独立思考是开放题教学的前提条件.但是，开放题的综合性及其答案的多样性，使得只靠学生个人力量在有限时间内难以完成，所以教学中需要有师生之间、学生之间的合作、交流的群体活动.

④ 数学开放题教学要适时、适度、适量.

数学开放题教学做得过多是不合适的，可以安排在某一知识点或某一小节、单元的教学后，这样可以对知识起检验、巩固的作用.学生的认知水平与心理特征是不同的，数学开放题教学留给学生的问题空间的大小要适度，要使大多数学生都能“摘到果子”.在常规教学中，也可以适当渗透某些开放因素，数学开放题教学应与日常教学相结合，相辅相成，数量不能过多.

（4）对教师开展数学开放题教学的几点建议.

① 认真阅读《标准》，使教学更有针对性.

《标准》所倡导的理念反映了时代的要求和课程改革的总趋势，这些理念得到社会和数学教育工作者的普遍认同.教师们应该认真阅读《标准》中有关教学目的、教学建议、教学实施及教学评价等内容，领会新一轮课程改革的精神，使原有的比较陈旧的观念和习惯得到更新.对于数学开放题教学，《标准》也有规定，教师仔细研读后，会对开展此类教学有一定的认识，会使教学目的（目标）更加明确.

② 广泛阅读有关文献，汲取宝贵经验并创造性地开展开放题教学.

广泛阅读数学教育文献，不仅可以提高理论水平，更有助于提高教学能力.教师们若想开展开放题教学，可以通过阅读他人的有关文章，了解此类教学的流程、注意事项、教学建议、教学策略等，汲取他人的宝贵经验，并创造性地开展某些课题的教学.教学完毕后，还有一个重要环节，就是进行个案分析.教师要对开放题教学的效果进行分析，对学生的反映加以把握，为更好地开展此类教学奠定基础.此外，教师可以将教学实践形成文字，与其他专家、教师交流，从而达到教学与科研相长.

③ 留心钻研教材，挖掘有“潜质”的开放题.

有些教师反映没有好的题目为背景去开展数学开放题教学，其实只要留心钻研教材，就会有好的题目被挖掘.如果有现成的质量高的开放题当然好，否则教师们就要学会自己把封闭题改编为开题放，同时也可以以数学开放题形式引入概念、定理、公式，让学生经历“再创造”的过程；根据学生作业中的错误编制开放题，培养学生思维的批判性；以现实生活为背景设计开放题，让学生在实践中学习等.

④ 莫受“考试指挥棒”的左右，培养学生数学能力更

为重要.

对学生来说，终身受用的不是"分数"，而是"能力". 学校是培养学生能力的重要场所，而教师在培养学生能力方面责无旁贷. 数学这门学科对于培养学生的能力有着得天独厚的优势，如果教师仍受"分数"的牵制，这一优势终将无法发挥作用. 所以，教师不仅要传授数学知识，更要重视学生数学能力的培养. 数学开放题教学在一些教师的眼中是"浪费"时间的，可是如果教师们看到一节成功的开放题课的教育价值时，定会感慨多花一些时间备课、多花一些时间了解学生、多花一些时间做课后总结是值得的.

⑤ 正视学生的水平差异，切莫低估学生的潜能.

一个班的学生存在水平差异是正常的，教师们要正视这种差异，关爱每一位学生，为学生提供平等、和谐的学习氛围. 培养学生的实践能力、创新能力是《标准》的理念、目标，教师应该给每一位学生机会去实践、去创造，你会发现并非成绩好的学生动手操作能力最强、想象力最丰富. 在数学开放题教学中，教师要对学生的水平有清楚的认识，并合理地选择问题情境，不要认为学生水平有差异就无法开展教学，切记不要低估学生的潜能.

致谢：在本文的撰写过程中，王林全教授给予了悉心指导，钟玲等同学帮助开展了部分调查工作. 在此，对他们表示衷心的感谢！

[参考文献]

[1] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准（实验稿）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2001.

[2] 黄煜峰，雷雳. 初中生心理学[M]. 杭州：浙江教育出版社，1993.

Investigation of Mathematical Open-ended Problem Teaching in Guangdong Junior High School under the New Curriculum Standards

LIU Zhe

(Mathematics Science College, South China Normal University, Guangdong Guangzhou 510631, China)

Abstract: The concept of mathematical open-ended problem had been introduced to China since 1980s. According to the Junior High School Curriculum Standards for Mathematics, mathematical open-ended problems should be a component in exams and classroom teaching. In the current open-ended problem teaching in Guangdong, most of the students had some understanding of such type of mathematical problems and had some skills in solving such problems. Open-ended problem teaching can make classroom teaching more effective and can, at the same time, enhance students' interests in learning. However, a lot of teachers may not had a comprehensive and deep understanding in mathematical open-ended problems, thus lacking sufficient awareness and an effective way of teaching such problems. Besides, by various reasons, the teaching results were not very satisfying. Students' ability to raise questions and solve problems still needed improvement. The whole scenario of teaching mathematical open-ended problem was yet to be improved. In the present study, the author held that it was necessary and feasible that we should help students develop divergent and convergent thinking as well as their cognitive and met cognitive power by fostering the teaching of mathematical open-ended problems in junior high school mathematical teaching.

Key words: mathematical open-ended problem; mathematical open-ended problem teaching; investigation

[责任编校：陈汉君]

第17卷第1期 数学教育学报 Vol.17, No.1
2008年2月 JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION Feb., 2008

数学测验中的不变分数

杜文久

（西南大学 数学与统计学院，重庆 400715）

摘要：测验分数由于受到评分者和测验难度的影响，因而不能很好地评价学生的学业状况．能力分数仅与被试有关，与测验的难度无关．能力分数的特征有：能力分数是相合估计，能力分数是“不变分数”，能力分数呈正态分布．在能力分数的意义下，对于来自不同测验的能力分数可以直接进行对比．

关键词：数学测验；样本空间；不变分数

中图分类号：G424.75 **文献标识码**：A **文章编号**：1004-9894（2008）01-0067-03

1 引 言

在心理与教育测验中，对被试的学业成就主要用测验分数来进行描述，然而存在下列两条重要缺陷[1]：第一，在主观题的评分过程中，不同的评分者常常评出不同的分数，也就是说，一个被试在“主观题”上得多少分，依赖于评分者个人的主观见解；第二，测验分数严格依赖于测验的难度，同一个被试在不同难度的测验中获得的测验分数也不相同．由于测验分数所存在的这些缺陷，因此在测验中寻找一种不依赖于测验的“不变”分数是十分必要的．那么，在数学测验中，怎样的分数才是不变分数？在本文中，我们将就这个问题进行讨论．

2 测验项目的样本空间

我们首先来讨论一个例子．

例1 求满足不等式组 $\begin{cases}|2x-1|<4 & (1)\\ x^2-x>0 & (2)\end{cases}$ 的最小整数解．

解：由不等式（1），解得

第一步： $-4<2x-1<4$，

第二步： $-3<2x<5$，

第三步（A）：$-\frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$． 1分

由不等式（2），解得

第四步： $x(x-1)>0$，

第五步（B）：$x<0$或$x>1$． 2分

它们的公共解为

第六步（C）：$-\frac{3}{2}<x<0$或$1<x<\frac{5}{2}$． 4分

所以，满足不等式组的最小整数解为

第七步（D）： $x=-1$． 5分

在上述解答过程中我们看到，为了求得问题的解，需要对问题进行一系列的变换．但这些变换不是随意的，而是要遵循一定的“游戏规则”．由于例1中的字母表示的是实数，因此变换应满足实数的运算法则．

任何一个测验都是由一系列的测验项目所组成，一个测验项目通常有3种状态：初始状态、目标状态和障碍．初始状态是指问题的出发点；目标状态是指问题想要达到的目标．一个问题不能直接从初始状态达到目标状态，在初始状态与目标状态之间存在着障碍．要使问题从初始状态达到目标状态，就需要对问题进行一系列的变换．

变换规则可以是一条定义、一条性质、一条运算律、一条公理、定理或者一条定律，也可以是一些人为的规定．

一个测验项目在从初始状态到达目标状态的变换过程中，常常有多种变换（多种解法），但在变换过程中，有些子目标可能是必经之点．也就是说，这些子目标必须要达到，问题解决才有可能继续进行下去．我们把这样的一些子目标叫做节点．

例如，在例1的解答过程中，总共进行了7次变换（还有一些变换未写下来），第一步，第二步不是节点，因为一个不等式的解法可以有多种．

但第三步是一个节点，因为无论采用何种解法，其解集应该是相同的．

同样，第四步不是节点，但第五步是一个节点．

第六步与第七步也都是节点．

由于考生在每一个节点上的反应都有对错两种结果，因此考生在每一个节点上的反应是一个随机事件．

假设A：=“$-\frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$”；$B$：=“$x<0$或$x>1$”；$C$：=“$-\frac{3}{2}<x<0$或$1<x<\frac{5}{2}$”；$D$：=“$x=-1$”．通过对例1解答过程的分析，我们不难发现，无论被试在不等式（1）上的解答是对是错，都不会影响到被试在不等式(2)上的解答．反过来说，无论被试在不等式（2）上的解答是对是错，也不会影响到被试在不等式（1）上的解答．因此事件A与事件B是相互独立的．

但只有事件A与事件B同时发生以后，事件C才有可能发生．如果事件A或者事件B不发生，则事件C必不发生．因此有$(A\cap B)\supset C$．

同理，只有事件C发生以后，事件D才有可能发生，因此必有$C\supset D$．

通过上面的分析，我们不难发现，A、B、C、D这4个节点或者4个事件之间满足下列关系：（1）A、B相互独立；（2）$(A\cap B)\supset C\supset D$．

收稿日期：2007-09-05

作者简介：杜文久（1958—），男，重庆人，副教授，硕士，主要从事心理与教育测量研究．

根据 A、B、C、D 之间的相互关系，问题解决过程中可能出现如下几种结果：

第一，事件 A、B 均不发生，即被试在不等式（1）和不等式（2）上的解答都错，这时被试在 C、D 上的解答必然是错的．就是说，发生了事件：$\bar{A}\cdot\bar{B}$，记为0分；

第二，事件 A 发生但事件 B 不发生；即发生了事件：$A\cdot\bar{B}$，记为1分；

第三，事件 A 不发生，但事件 B 发生，即被试在不等式（1）上答错，但在不等式（2）上的解答是对的．即发生了事件：$\bar{A}\cdot B$，记为2分；

第四，事件 A、B 均发生，但 C 不发生；即发生了事件：$A\cdot B-C$，记为3分；

第五，事件 A、B、C 发生，但 D 不发生．即发生了事件：$C-D$，记为4分；

第六，事件 D 发生，这时事件 A，B，C 必发生，记为5分．

设 $\Omega=\{\bar{A}\cdot\bar{B}, A\cdot\bar{B}, \bar{A}\cdot B, A\cdot B-C, C-D, D\}$，则 Ω 包含了例1解答过程中可能发生的所有结果，由这些所有可能结果组成的集合 Ω 就构成了例1的样本空间．

设 $\chi=\{0,1,2,3,4,5\}$，并定义一一映射 f：$\Omega\to X$．对应法则 f 规定为 X 中的每一个“分数”与 Ω 中处于相同位置的事件相对应．

于是通过一一映射 f，问题解决过程中可能发生的事件就与一个数集联系了起来，这个数集 X 就可以作为测验项目的评分步骤．换言之，例1可以划分成5个不同的评分步骤，每一个步骤的得分依次为1分、2分、3分、4分、5分．如果把被试得0分的情景也计算在内，那么例1就可以划分成6种不同的评分等级．在这种评分方式下，被试的测验分数是唯一的，它与评阅者无关．在同一份试卷上，不同的评阅者也可以评出相同的分数．这样也就避免了由评阅者个人的原因造成的分数误差．

3 能力参数

虽然按照上述评分方法进行评分可使不同的评阅者也能评出相同的分数，然而这种评分方法评出的分数仍然与测验的难度有关，为了寻找不依赖于测验的“不变”分数，下面我们再来看一个例子．

例2 已知55名学生在某次数学测验中的成绩如表1：试求百分位为60的测验分数 X_{60} 为多少分？

表1 学生数学测验成绩统计

分数 (X)	频数 (f)	累积频数 (cf)	累积百分比 (cp)
70~79	3	55	100
60~69	9	52	94.5
50~59	18	43	78.1
40~49	16	25	45.4
30~39	6	9	16.5
20~29	3	3	5.4

解：以分数为横坐标，以累积频数为纵坐标作累积频数图，如图1所示．

设 F_p：百分位分所在组以下累积频数，f_p：百分位分所在组频数，N：总数，i：组距，p：百分位，L_p：百分位分所在组下限分数．

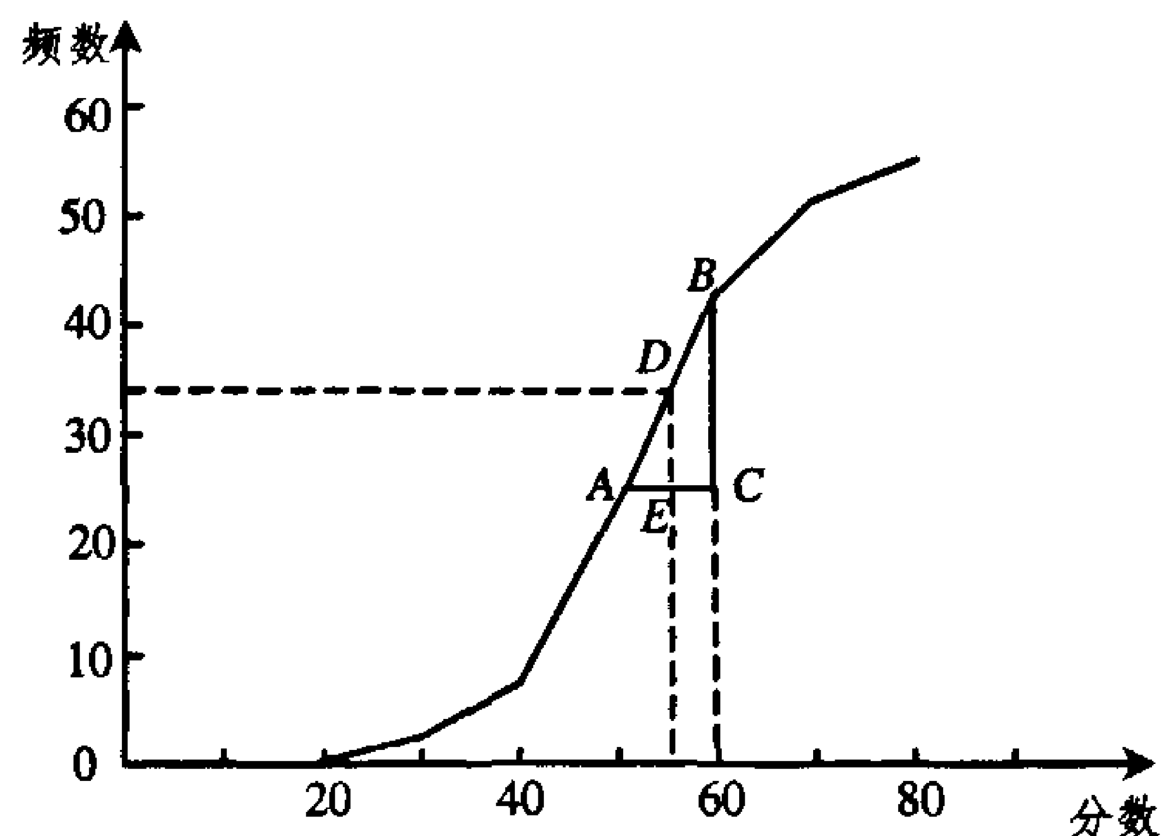


图1 累积频数图

由于分数是按从小到大的顺序进行排列的，因此60分位数应是在总体中测验分数处于60%的那个考生的分数，因为 $N=55$，$\frac{60}{100}\times55=33$，故第33名考生的测验分数即是60分位数，如图1中的虚线所示．因为 $\Delta ABC\backsim\Delta ADE$，$\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$，$AE=\frac{DE}{BC}\cdot AC$，而 $DE=\frac{p}{100}N-F_b$，$BC=f_b$，$AC=i$，$\therefore X_p=L_p+AE=L_p+\frac{\frac{p}{100}\cdot N-F_p}{f_p}\cdot i$．由题意，第33名考生的测验分数位于50~59分数组内，从而，$Lp=50$，$f_p=16$，$F_p=25$．又 $p=60$，$N=55$，$i=10$，因此，$X_{60}=50+\frac{33-25}{16}\times10=55$．就是说，测验分数为55分的那个考生，他在考生群体中所处的百分位为60，在这次测验中，有60%的考生成绩在他之下，有40%的考生成绩在他之上，这就是百分位的意义．

公式：$X_p=L_p+\frac{\frac{p}{100}\cdot N-F_p}{f_p}\cdot i$ 即为百分位数的计算公式．

若知道了考生在测验中所得的测验分数，还可利用上述公式求出其相应的百分位．比如，在例2中，假设某考生的测验得分为62分，试求该生的百分位．

62分位于60~69分数组内，$F_p=43$，$L_p=60$，$f_p=9$，$X_p=62$，$X_p=L_p+\frac{\frac{p}{100}\times N-F_p}{f_p}\cdot i$，$62=60+\frac{\frac{p}{100}\times55-43}{9}\times10$，从而 $p=[\frac{(62-60)\times9}{10}+43]\times100\approx81$．

在百分位数的计算公式中，解出 $p\%$，并令 $P=p\%$，将测验分数 X 代入百分位数的计算公式中，就得到 $P=\frac{F_p}{N}+\frac{X-L_p}{i}\cdot\frac{f_p}{N}$．我们把 P 叫做 P 分位数，以避免与百份位 p 混淆．这里，$0\leqslant P\leqslant1$，$\frac{F_p}{N}$ 表示百分位分所在组以下累积频率，$\frac{f_p}{N}$ 表示百分位分 X 所在组频率．

假设除掉随机误差外，高能力的被试在测验中的得分始

终高于低能力的被试在测验中的得分，就是说，尽管随着测验难度的不同，被试的测验分数也不同，但被试在测验中所处的百分位置却不会因此发生变化．这就好比河里有两条船，尽管随着潮涨潮落，船的绝对高度不断发生变化，但两船的相对高度却保持不变，因为它们是同涨同落的．

在上述假设下，百分位 p 就是一个不变参数，从而 P 分位数也是一个不变参数．也就是说，被试的 P 分位数只与被试有关，而与测验的难度无关．

令 $P=\int_{-\infty}^{\theta} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$，这里，$\theta\in\mathbf{R}$．由 θ 的定义我们不难看出，θ 与 P 存在一一对应关系，由于 P 是一个不变参数，从而 θ 也是一个不变参数．也就是说，θ 与测验无关，它确是被试本身的一个属性．

我们把 θ 叫做考生的能力参数．

如果测验分数服从正态分布，则 θ 与标准分数等价．即 θ 是以总体平均分为原点，以总体标准差为单位来进行度量的．

4　不变分数

由数理统计知识易知，能力参数 θ 的估计值具有下述性质：① 能力参数是相合估计．就是说，假设某一被试的能力参数真值为 θ_0，其极大似然估计值为 $\hat{\theta}$，则当 $n\to\infty$ 时，$\hat{\theta}$ 将依概率收敛于真值 θ_0；② 能力参数是不变参数．即被试的能力参数与测验无关，被试既可以参加高难度测验，又可以参加低难度测验，除去抽样误差以外，将获得相同的能力估计；③ 当 $n\to\infty$ 时，$\hat{\theta}$ 渐近服从正态分布 $N(\theta_0,1/I(\theta_0))$；④ 被试的能力参数服从标准正态分布 $N(0,1)$．

尽管能力参数具有上述优良性质，然而在实践中，人们对能力参数不习惯，而习惯于分数．那么能否将能力参数转换成人们习惯的“分数”呢？

令 $X=\dfrac{\theta-h}{k}$，$\because\theta\sim N(0,1)$，于是由正态分布的性质不难得到 $X\sim N(-\dfrac{h}{k},\dfrac{1}{k^2})$．

由于 $\theta\sim N(0,1)$，而由正态分布的性质知，θ 落在区间 $(-2.5,2.5)$ 内的概率约为 0.995，而落在区间 $(-\infty,-2.5)$ 或 $(2.5,+\infty)$ 内的概率约为 0.005．利用这一性质，可近似将 $\theta=-2.5$ 或 $\theta=2.5$ 看成无穷远点．

取 $h=-2.5$．也就是说，将 $\theta=-2.5$ 看作是 X 的零点．由于区间 $(-2.5,2.5)$ 的长度为 5，因此如果将测验分数定为100分，则可取 $k=5\%$．

令 $X=\begin{cases}0 & \theta<-2.5\\ 20(\theta+2.5) & -2.5\le\theta\le2.5\\ 100 & \theta>2.5\end{cases}$，于是在上述假设下，$X\sim N(50,400)$，并且 X 的取值范围为 $[0,100]$．

由于 X 是由能力参数 θ 转换而得到的，因此我们称 X 为能力分数．

通过上述方法转换而得到的能力分数，除了具有测验分数的直观意义外，它还具有能力参数的全部性质．具体地讲，能力分数具有如下几个特征：

（1）能力分数是相合估计．这是因为能力参数是相合估计，所以由能力参数转换而来的能力分数也必然是相合估计．换言之，如果某一被试的能力分数真值为 X_0，$\hat{X}$ 是被试的能力分数估计值，那么，当试题样本容量 $n\to\infty$ 时，$\hat{X}$ 将依概率收敛于真值 X_0．这一性质为能力分数的精确估计提供了理论依据．测验分数不具有这样的性质．因为当试题样本增加时，其测验分数的意义已经不是原来意义上的分数了．只有重复测验或者在严格平行的无穷多次测验中，被试的测验分数才具有相合性这一性质．然而在实践中，这是很难做到的．

（2）能力分数是“不变分数”．由于能力参数具有不变性，因此由能力参数转换而得到的能力分数也同样具有不变性这一性质．能力分数的不变性是能力分数的又一个重要性质．因为这样一来，被试的“能力分数”便与测验无关．一个被试既可参加高难度测验，也可参加低难度测验，除掉抽样误差外，将获得相同的能力分数估计．这样，对来自不同测验的能力分数，就可方便进行比较，因为它们是等值的．通常意义下的测验分数不具有这样的性质．

（3）能力分数呈正态分布．由于能力参数呈正态分布，因此能力分数也呈正态分布．

5　结 束 语

我们讨论了能力分数的概念，在实践中，能力分数可由百分位转换得到，也可通过极大似然估计得到，这在编程的计算机上是容易实现的．由于能力分数是一种不变分数，它与测验的难度无关，因此对于来自不同年份的高考成绩，在能力分数的意义下，可以直接进行对比，而且每年的高考分数也不会因为试题难度的变化而发生太大波动，它的推广使用，对于提高各类测验的科学性和可靠性是很有意义的．

[参 考 文 献]

[1]　杜文久．数学测验中主观题的评分问题[M]．数学教育学报，2006，15（3）：87–88．

Invariant Score in the Mathematics Testing

DU Wen-jiu
(Department of Mathematics and statistics Southwest University, Chongqing 400715, China)

Abstract: The paper mainly discussed invariant score in the mathematics testing. Content of the paper discussion as fellow: Giving out a new method for judging scores by an example, according to this method, different judger would give out same score on a examination paper; Definite a new score, it had nothing to do with examine, so it was an invariant score.

Key words: mathematics testing; sample space; invariant score

[责任编校：陈汉君]

第 17 卷第 1 期
2008 年 2 月
数 学 教 育 学 报
JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION
Vol.17, No.1
Feb., 2008

教育战争与数学教育的出路

何小亚

（华南师范大学 数学科学学院，广东 广州 510631）

摘要：各种教育战争是“重教轻学说”与“儿童中心说”的延伸和具体化．中国数学教育的出路是在这两者之间取得平衡．数学教学的本质是学生在教师的引导下能动地建构数学认知结构，使自己得到全面发展的过程．数学课程改革的出路是在精英数学与大众数学、演绎推理与合情推理、接受学习与发现学习、数学基础与数学创新之间保持平衡．

关键词：教育战争；数学教育；出路；课程改革；创新

中图分类号：G421　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004–9894（2008）01–0070–05

1 关于教育的战争

1.1 中国教育学的战争

2004 年，北京师范大学王策三教授在文[1]中写道：“由‘应试教育’向素质教育转轨提法的流行，反映了一股‘轻视知识’的教育思潮，干扰教育、课程改革，必须坚决克服．”明确地提出要“坚决摒弃由‘应试教育’向素质教育转轨的提法”．

“应试和应试教育有什么不好？……由于追求升学率现象不可避免地存在，当然影响到全面发展教育活动进而影响到学生的个人全面发展，且不论根据当前实际情况它有得有失、有利有弊，无论如何它是现实的、具体的．它是我国特殊历史条件下全面发展教育的一种具体形式，也就是学生个人全面发展的一种具体形式．”

针对上述实际上是反对基础教育新课程改革的观点，华东师范大学钟启泉、有宝华教授在文[2]中从精英教育与大众教育、静态知识与动态知识、继承与借鉴、追求理想与面对现实等方面进行反驳，并批驳了以“凯洛夫教育学”为代表的教育思想，提出教育理论工作者要敢于放弃陈旧、“发霉”的思想，坚持与时俱进，树立良好学风．

围绕着王、钟两位教授的文章，教育界引发了“应试教育”、素质教育和新课程改革的学术论争．

1.2 中国的数学教育战争

2005 年，在中国的人代会与政协会议期间，由姜伯驹院士牵头，多位数学工作者联合提交了一份提案，指出正在实行的“新课标”，即《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》存在比较“严重的”问题，建议国家立刻停止正在实施的新课标．由此掀起了反思数学新课改的风潮．《光明日报》、《四川日报》、《数学通报》特刊专文质疑数学新课标．中央民族大学的孙晓天教授撰文[3]进行反驳．指出了“评价数学新课程要把问题找准”．要把问题找准，必须“运用理性精神”，要明确“‘新课标’的‘方向’问题、教学体系问题、具体知识内容问题和总体水准问题．”针对姜伯驹院士在专访[4]中提出的：“这个‘新课标’改革的方向有重大偏差，课程体系完全另起炉灶，在实践中已引起教学上的混乱．”“‘新课标’与此前许多年实行的几个数学教学大纲相比，总的水准大为降低．这个方向是错误的．”“照这样的‘新课标’，很难培养学生分析问题与逻辑推理问题等方面的能力，更谈不上创新能力的培养．教育的效果是滞后的，10 年以后，长大成人的这一代中学生理性思维能力不强，就悔之晚矣．”“三角形内角和等于 180 度这样的基本定理也不要求讲证明．”以及对“新课标”的数学课程体系的质疑，华南师范大学的何小亚教授在文[5]中逐条进行了反驳：“我们不能因为教学上出现一些‘混乱’就墨守成规，固步自封．”“从逻辑演绎和局部知识点的角度看，‘新课标’的要求在降低，但从科学发现和创新以及知识体系的角度看，‘新课标’的‘水准’不是降低了而是提高了．”“数学新课程更高层次地体现数学的整体性和统一性．”“数学对人的逻辑推理能力的培养只是一条充分而非必要的条件．数学创新能力的培养主要靠的不是逻辑推理，而是合情推理．逻辑推理则只是真理在手后的论证．”“评价‘新课标’，应当先熟悉‘新课标’．不仔细研究‘新课标’，仅凭道听途说就指责‘新课标’，这是不理性的．”由此引发了数学家与数学教育工作者之间的论争．

数学教育工作者之间的论争也硝烟四起．南京大学的郑毓信教授在文[6]中指出：“如果我们只是盲目地去推崇西方的‘先进理念’，并因此而对自己的传统采取彻底否定的态度，则就更不能不说是一种完全错误的立场．”建议“应当对于课程改革的基本立场或基本立足点做出更为深入的思考或反思”．通过“积极的渗透与整合”在“两极对立”之间取得平衡．针对这些观点，南京师范大学的马复教授在文[7]中反驳道：所谓的“中国学习者悖论”（即一种较为落后的数学教学怎么可能产生较好的学习结果？）实际上并不构成“悖论”；新课程并没有盲目推崇西方和彻底否定传统；新课程的许多理念、做法，都是排除“两极对立”而趋向平衡的选择的结果．

1.3 美国的数学教育战争

数学教育的战争不仅仅发生于中国．事实上早在 1989 年，美国的许多数学家与数学教育家之间就美国全国数学教师委员会（NCTM）发布的课程标准已经争论不休．尤其以 2005 年 5 月 31 日美国《华盛顿邮报》刊登了《关于数学教育的十大神话，以及为什么你不该信》这篇声讨课程标准的

收稿日期：2007–12–03

作者简介：何小亚（1964—），男，贵州荔波人，教授，硕士生导师，全国高师数学教育研究会理事，广东省数学会理事，广东省中小学教师继续教育数学科指导组成员，广东省高师数学教育研究会理事兼秘书长，《中学数学研究》编辑，主要从事数学课程与教学论专业研究．

檄文而使论争达到白热化. 争论的焦点主要集中于以下几个对立面：发现学习与接受学习；要求儿童发明、使用自己的方法完成基本算术运算与学习标准运算法则；在问题解决的过程中加强概念性理解与大多数的数学理解来自对技能的把握；计算器的使用与否；在数学情景中理解概念与在广泛的练习和运用中理解.

真理越辩越明，课程改革需要学术论争. 百家争鸣，百花齐放，反映了社会的文明与进步.

2　数学教育的出路

争论的最终目的是寻求解决问题的方案，也就是要解决数学教育的出路问题.

不管是数学家与数学教育家之间的争论，还是数学教育家之间的争论，抑或是课程设计者与课程实施者之间的争论，实质上都是以捷克教育家夸美纽斯（Comenius.Johann Amos，1592—1670）和德国教育家赫尔巴特（Johann Friedrich Herbart，1776—1841）为代表的“重教轻学说”（Teacher-centered Instruction）与以美国教育家约翰·杜威（John Dewey，1859—1952）和希腊教育家苏格拉底（Socrates，公元前 469—公元前 339）为代表的“儿童中心说”（Learner-centered Instruction）之间争论的延伸与具体化.

文[8]指出：“重教轻学说”的基本观点是，学生知识的获得与身心的发展完全依赖于教师. 在教学中，学生只是消极被动地接受教师的传授、讲解. 主张教学要以课堂为中心，以书本为中心，以教师为中心. 显然，这种观点夸大了教师在教学过程中的作用，忽视了学生学习的主观能动性. 而“儿童中心说”的基本观点是，学生是教育活动的中心，教学活动应由学生自己立意、自己设计、自己评价，强调从做中学. 教师的作用仅仅是管理和看护. 这种观点则过分夸大了学生的主观能动作用，忽视了教师的主导作用.

过去，中国的数学教育偏重于“重教轻学说”. 在数学教学中，以教师为中心，采用“灌”的教学方式，只注重知识的传授，忽视了学生的主观能动性. 学生不善于独立思考，不善于发现问题，不爱也不会提出问题，动手能力较差，缺乏创新的意识.

美国的数学教育却偏重于“儿童中心说”. 他们十分注重学生学习的独立性，但却忽视了教师的主导作用，知识的传授和巩固未得到重视，这是造成美国中小学生的数学基础知识和基本技能水平普遍低下的原因之一. 数学教育战争因此而起.

当前，美国数学教育的现实情况是向中国的数学教育学习，正由“儿童中心说”偏向“重教轻学说”. 战争的结果是，对立的双方达成了共识. 美国全国数学教师委员会（NCTM）2006 年 9 月 12 日发布“幼儿园学龄前至 8 年级数学课程焦点”后，困扰美国基础教育十几年的“数学战争”暂时划上了句号. 这个“课程焦点”是对《学校数学课程与评价标准》（NCTM 1989）和《学校数学的原则与标准》（NCTM 2000）的一个补充. 它由相关的思想、概念、技能以及构成理解和后继学习基础的过程组成[9]. 可以说，“课程焦点”是美国版的加强双基教学的内容要求.

中国目前正在实施的基础教育课程改革实际上是向美国学习，正由“重教轻学说”偏向“儿童中心说”.

关于中国数学教育的出路问题，国内一大批仁人志士，包括数学家、数学教育研究者和广大的一线数学教师，不断地研究思考，献计献策，其中不乏真知灼见. 除了课程设计者（暂且称为圈内人士）创造性的工作之外，不少圈外人士也做了大量的工作. 比如南京大学的郑毓信教授一直关注、反思数学新课程改革，发表了不少警世文章[6, 10~11]. 尤其值得一提的是，人民教育出版社的章建跃研究员，在寻求中国数学教育出路的征途上，提出了比较理性、具体和切实可行的方案. 在文[12]中，他明确了中国的数学教育目标、数学课程内容、师生关系、学与教的方式、基础与创新，以及数学知识、数学能力和数学素养等核心理论问题. 分析了我国数学教育的优势与不足，主张以继承、发展与创新的思维方式和实验、科学论证、民主集中的工作方式去实施课程改革，并提出了数学教育改革创新的 4 种做法，即：“亲和力——以生动活泼的呈现方式，展示数学的发生发展过程，激发兴趣和美感，引发学习激情；问题性——以恰时恰点的问题引导数学活动，培养问题意识，孕育创新精神；思想性——加强数学思想方法的渗透与概括，引导学生领悟具体内容所反映的数学思想；联系性——通过不同数学内容的联系与启发，强调类比、推广、特殊化、化归等思想方法的运用，学习数学地思考问题的方式，提高数学思维能力，培养理性精神.”

关于课程改革，教育部副部长陈小娅指出要处理好 5 个关系：“掌握基本知识和基本技能与培养创新精神和实践能力的关系；学科逻辑与社会进步、科技发展和学生经验的关系；接受性学习与自主、合作、探究学习的关系；学科的独立性与关联性的关系；农村地区和城市地区的关系.”[13]

我们的出路是什么呢？答案已经十分清楚，那就是中国数学教育的出路应该是在“儿童中心说”与“重教轻学说”之间取得平衡. “数学教学的本质是学生在教师的引导下能动地建构数学认知结构，使自己得到全面发展的过程.”[8]

要使这一平衡说能很好地运用于数学新课程的改革中，必须正确把握好以下关系.

2.1　精英数学与大众数学

基础教育到底要给学生提供什么样的数学课程，主要取决于我们的教育价值取向.

精英教育以牺牲大多数学生权益为基础，以培养和选拔少数精英人才为目的，强调用学科专业标准对学生进行层层甄别和选拔，升学应试教育的盛行正是这种价值取向使然. 显然，精英教育并不能满足现代社会对人才的需要. 社会需要各种各样的人才. 我们需要理论型、设计型的人才，也需要实干型、传播型的人才，更需要大量的技能型的人才；我们需要热情奔放的人，也需要慎言慎行的人；我们需要谦虚和蔼、容易合作的人，也需要创造性强而脾气古怪的人.

大众教育是面向全体学生而不仅仅是少数精英的教育，其目的是使所有学生得到全面发展，以适应未来社会生活的需要. 美国心理学家霍华德·加德纳（H. Gardner）指出，人有 7 个方面的智慧：言语—语言智慧；音乐—节奏智慧；逻辑—数理智慧；视觉—空间智慧；身体—动觉

智慧；自知—自省智慧；交往—交流智慧．受遗传、社会环境、家庭条件和生活经历等因素的影响，每个学生在兴趣、爱好、动机、需要、气质、性格、智力和特长等方面表现不尽相同，各有所长．使全体学生全面发展并不是说去培养全才，而是要正视学生之间的差异，因材施教，使每个学生在原有的基础上都得到自由地发展．当我们的教育为学生提供了一种公平、民主、宽松、自由的发展空间，人人都能从事自己喜欢的职业，人人都能做自己最擅长的事，我们这个社会就会人才辈出．因此，从这个角度来讲，精英教育与大众教育并不矛盾，大众教育是精英教育的基础，精英教育植根于大众教育之中．

以精英教育为价值取向的数学课程选择精英数学．以大众教育为价值取向的数学课程则选择大众数学．精英数学与大众数学的关系就像精英教育与大众教育的关系一样．大众教育是我国基础教育改革的价值取向．因此，在基础教育阶段，为学生提供门槛低、富弹性、多样化的大众数学课程，符合我国基础教育未来发展的需要．孙晓天教授认为："大众数学实际是精英数学的沃土，大众在满足生存需要的基础上都是未来数学家、科学家的庞大后备军．所以，数学越大众，学数学的人越多，才越有可能有尖子冒出来……"[14]

构建适合我国国情的大众数学课程体系是数学新课程面临的最大问题．到底哪些模块、哪些概念、哪些原理是最基础、最重要的，这么核心的问题到现在还没有研究清楚，达成共识，这是新课标的软肋．翻看全日制义务教育数学课程标准（修改稿）（征求意见稿），发现许多有益的建议并没有被采纳，这是令人十分担忧的．建议将高中数学新课标与九年义务教育数学新课标统一研究，扩大研究队伍，充分吸收数学家、数学教育研究者、一线数学教师的意见，达成共识．不能搞小圈子、走过场、简单化，否则会走弯路，影响新课程的改革质量．

2.2 演绎推理与合情推理

演绎推理也就是逻辑推理，它包括形式逻辑推理和辩证逻辑推理．在形式逻辑方面，要求思维主体遵守形式逻辑的基本规律，即同一律、矛盾律、排中律、充足理由律．也就是说，在推理过程中，概念和判断必须保持一致性，判断不自相矛盾、不模棱两可，要有充分的根据．其表现形式主要有分析、综合、抽象、概括、比较、分类、完全归纳、演绎、系统化、证明、反驳等．而在辩证逻辑方面，要求主体运用辩证的观点去处理所面临的问题，即表现为思维过程的辩证法．例如客观事物是不断地运动、变化、发展着的；事物的发展变化遵循着对立统一规律、质量互变规律和否定之否定规律．化陌生为熟悉、化繁为简、正难则反、顺推与逆推之结合、动与静之转化、一般与特殊之互化，这些都是辩证思维的具体形式[8]．

"合情推理是根据已有的事实和正确的结论（包括定义、公理、定理等）、实验和实践的结果，以及个人的经验和直觉等推测某些结果的推理过程．"[15]演绎推理是一种必然性推理，而合情推理却是符合情理（经验）但并不具有必然性的推理，它既涉及到推理者的观察、试验、分析和过往的相关经验，又涉及到知觉重组、表象的分解与组合、联想、想象、直觉等思维形式．合情推理的主要形式有不完全归纳、类比和直觉等．

关于演绎推理与合情推理的地位作用，以及如何看待数学证明与数学发现的关系，美国著名数学家G. 波利亚早已为我们指明了出路．他认为："数学被看着是一门论证科学，然而这仅仅是它的一个方面．以最后确定的形式出现的定型的数学，好像是仅含证明的纯论证性的材料．然而，数学的创造过程是与其它知识的创造一样．在证明一个定理之前，你先得猜测这个定理的内容．在你完全做出详细证明之前，你先得猜测证明的思路，把观察到的结果加以综合然后加以类比，一次又一次地进行尝试．数学家的创造性工作成果是论证推理，即证明．但是这个证明是通过合情推理，通过猜想而发现的．只要数学的学习过程稍能反映出数学的发明过程的话，那么就应当让猜测、合情推理占有适当的位置．"他指出：论证推理与合情推理之间并不矛盾，它们是互相补充的．他还告诫我们："一个认真想把数学作为他终身事业的学生必须学习论证推理；这是他的专业也是他那门科学的特殊标志．然而为了取得真正的成就他还必须学习合情推理；这是他的创造性工作所赖以进行的那种推理．"[16]

数学推理证明仅仅是数学中的一部分，属于演绎推理的范畴．数学需要演绎推理，但从科学发现的角度来说，更需要合情推理．大多数数学概念的提出和数学定理的发现，先是通过实验、观察、估算、类比、不完全归纳、联想、想象、直觉猜测等合情推理的方式提出假说，然后经过演绎推理的论证才得出来的．即是说，演绎推理只是真理在手后的论证．由于我们过去太注重形式运演的演绎推理，而忽视了科学发现的合情推理，所以造成了我们的学生习惯于解答别人给的现成问题，学得越多，就越来越不会发现问题、提出问题和解决真正的问题．

既重视演绎推理又强调合情推理的重要性是数学新课程改革的出路，这是基于数学教育的最终目标——发展学生的科学创新意识和动手实践能力的需要而作的改革．

2.3 接受学习与发现学习

转变学习方式是数学新课程的理念之一．那么到底如何理解接受学习与发现学习的教育功能，是否是接受学习落后，发现学习先进，教学中又如何实施等问题一直困扰着一线教师．经过近六年的数学新课程试验，我们的出路如下：

有意义的接受学习的先进性是知识容量大、效率高、易控制．其局限性是学生的主动性、独立性、创造性未能充分体现．而发现学习的先进性是能激发学生的内在动机、培养对数学的兴趣，建立自信，能培养学生的探究精神和问题解决能力．其局限性是知识容量小、效率低、难控制．

有意义的接受学习是中国数学学习的优良传统，要保持．学校数学的多数内容适合于接受学习，启发式的讲授教学仍然是数学教学的主要形式．我们反对的是机械的接受学习（如死记硬背、题海训练、能力技巧化等倾向）．

发现学习是培养学生提出概念、发明创造的有效手段，我们应毫不迟疑地予以加强．并非所有的内容都适合于发现学习，发现学习只是接受学习的有益补充．教材应该在教学建议中明确一些适合进行发现学习的内容．学生不一定理解

所发现内容的实质，发现后的同化理解十分必要．杜绝形式主义的低效率的机械发现学习．

是否选择发现学习模式进行教学，必须依据教育目的、学习内容、教学对象和教学条件确定．

2.4　数学基础与数学创新

数学基础指的是双基，即基础知识和基本技能．由于重视基础知识教学和基本技能训练，所以中国学生的双基十分过硬——快速准确地进行数与式的运算；准确记忆定义和规则；形式演绎推理能力强；熟悉题型的套路和方法，模仿性强．但付出的代价是中国学生的动手实践能力、问题意识和创新意识较弱．张奠宙教授形象地将其比喻为“在花岗岩上建茅草屋”．为此，《标准》提出要与时俱进地认识双基．“不但继续强调对数学基础知识和基本技能的学习，而且赋予了基础知识和基本技能新的内涵．数学课程要始终重视对数学基础知识和基本技能价值的深入剖析，以及加强对其发展性的足够认识．既要避免忽视基础知识和基本技能学习的倾向，又要认真对知识和技能进行选择，以确保这些知识和技能真正是学生适应未来社会生活和进一步发展所必需的．”[15]

双基既不是繁难的数与式的运算，也不是对付升学考试的题型训练，更不是能力技巧化的倾向：什么“直线交曲线，抓点弦，消参数，关系建”，什么“三角函数题，见到平方要降幂”，什么“立体几何题，要建坐标系，这样解题会容易”．最好的双基是对数学概念、数学原理的深刻理解．

我们要与时俱进地认识双基，更要与时俱进地洞晓双基教学的本质——概念教学的本质和原理教学的本质．

（1）概念教学的本质．

概念教学的本质不是低水平的概念言语连锁学习，而是要帮助学生获得概念的心理意义，即形成概念内涵的心理表象[17]，或者说建构起良好的概念图式．概念图式由一些反映概念属性的观念组成．概念图式中观念的多少、观念的准确与否、观念的深刻程度是反映概念理解水平的重要因素．会解题，考试成绩好的学生，并不保证他有好的概念图式．例如当笔者出示问题：“已知$\int xf(x)\mathrm{d}x=x^2\mathrm{e}^2+c$，试求$\int f(x)\mathrm{d}x$．”来测试某学生时，他能迅速地两边求导，求出$f(x)$，然后就求出了答案．问他为什么两边求导，他说这种题就是这样做的．再问他$\int f(x)\mathrm{d}x$是什么，他说是积分，其它的就不知道．这说明该学生已经习得了机械的解题步骤，但其关于$\int f(x)\mathrm{d}x$的认知图式只是低水平的“积分”，尚未建构起良好的认知图式：“$\int f(x)\mathrm{d}x$是不定积分；是一族函数；它们相差一个常数；它们都有一个共同的‘老祖宗’$f(x)$；它们都是$f(x)$的原函数；对它们求导后都等于$f(x)$；它们的图像是沿y轴方向由下至上一层一层叠起来的……”

良好的概念图式是由一系列反映概念本质属性的观念组成．比如，$\sqrt{a}$的教学本质是帮助学生建构起认知图式：“$\sqrt{a}$是一个数；它不会是负的；它的平方等于a；在数轴上它可能是原点也可能在原点的右边；$\sqrt{a}$和x都是表示一个数的符号，他们没有什么不同……”

人类获取概念的主要方式是概念的形成和概念的同化．概念的形成是指从大量的具体例子出发，归纳概括出一类事物的共同本质属性的过程．这是一种发现学习的过程．概念的同化是指学习者利用原有认知结构中的观念来理解接纳新概念的过程．这是一个接受学习的过程．不论是通过概念的形成方式还是通过概念的同化方式来获得概念，其最终目标都是掌握同类事物的关键属性，使学生在头脑里建构起良好的概念认知图式．

许多一线教师对于《标准》没有介绍反函数的定义，仅要求知道指数函数与对数函数互为反函数这一变化十分困惑，不知如何把握深度．事实上，反函数不是什么新玩意，它就是与原函数联系紧密的一种函数．反函数之所以难教，并不是它本身难，而是它的上位概念函数概念的教学出了问题，即没有真正帮助学生建构起良好的函数概念认知图式：“函数是两个非空数集之间的一种对应关系；在一个集合中任意取定一个数，总可以在另一个集合里找到唯一确定的数与它对应；前面的集合叫定义域，那些被唯一确定的所有数组成了叫做值域的集合；函数概念的关键是由谁唯一确定了谁；函数概念与函数所用的符号没有什么关系，就像人的名字一样……”有了这种良好的函数概念图式，反函数概念的同化理解就不会有困难．所以没有反函数的定义，并不影响我们理解反函数本身．

（2）原理教学的本质．

数学中的原理指的是数学公式和法则、定理和性质．原理有主客观两个方面的含义：作为言语符号信息，它是对概念之间关系的描述；从心理意义上说，它是一种叫做“若……，则……”产生式的操作反应系统，即主体在特定的情境中根据各种关系做出相应的反应．例如，习得勾股定理产生式的主体，一见到直角三角形刺激，就做出了两短边的平方和等于长边的平方的心理反应．

原理学习的本质是：学习一些概念之间的关系；原理学习不是习得描述原理的言语信息，而是习得原理的产生式，只要条件信息一满足，相应的行为反应就自然出现．学习者据此指导自己的行为并解决遇到的新问题．习得原理不是孤立地掌握一个原理，而是要在原理之间建立联系，形成原理网络[8]．

从运用原理的角度看，数学原理学习可以分成言语连锁学习水平、正向产生式水平、逆向产生式水平、变形产生式水平[8]．

（3）教会学生创新．

教育的目的就是要培养学生的创新能力．在数学教学中要培养学生的创新能力，首先就要注意采取发现学习的教学模式．通过综合实践、课题学习、数学探究、数学建模等课题的学习，学习体会数学创造的过程和思维方式．其次，在接受学习为主的教学中，要充分揭示思维过程，揭示概念的形成过程、结论的发现过程和问题解决的思路探索过程．尤其重要的是第三，要教会学生进行创新的思维方式，即鼓励学生从下面10个方面去提问题[18]：

①“假如”的问题：对一个假设的情境加以思考．可用人、地、事、物、时间（现在、过去、未来）的假设发问．例

如，假如再多一个条件，就会……？假如过已知直线外一点可作两条直线与已知直线平行，那么就推出了……？（罗巴切夫斯基几何）

② “列举”的问题：列举出符合某一条件或特性的事、物，越多越好．例如，请列举出粉笔的用途；请列举出与平方差公式有关的运用．

③ “比较”的问题：比较两个对象的异同．例如，猫和电冰箱有何相同之处？a 与 $|a|$ 有什么异同？$\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 有什么异同？

④ “替代”的问题：用其它对象取代原来的对象．例如，这篇文章的题目可以用什么题目来取代？石油可以用什么来替代？这个条（元）件可以用什么条（元）件来替代？

⑤ “除了”的问题：寻求突破常规的想法．除了现在这个结果、方法、用途之外，还有其它什么情况？此问题除了这种解法外，还有什么解法？

⑥ “可能”的问题：联想推测事物可能出现的发展情况．例如，为什么会出现这种现象，可能的原因有哪些？

⑦ “想象”的问题：充分想象未来的事物．例如，想象 5 年后广州市民最喜欢的旅游项目是什么？想象纳米机器人进入人体后会发生什么？

⑧ “组合”的问题：将一些对象（字词、事物、图形等）重新排列组合成另外有意义的材料．例如，给你铁丝制品“∩”和“∩”，你能做什么？用这几个条件你能编什么问题？

⑨ “六 W”问题：Who？What？Why？When？Where？How？例如，启发学生写有关植树节的作文的思路：为什么栽树？栽什么树？栽在哪里？什么时候栽？谁来栽？怎么栽？启发学生写研究论文的提纲：复数是谁发明的？是怎样发明的？为什么要发明复数？用来做什么？什么时候用？用在哪些地方？

⑩ “类推”的问题：将两个对象直接类比，推出新的结论．例如，将洗衣球比拟为人，我们可以来写一篇“洗衣球上学历险记”．观察 6=3+3，8=3+5，10=3+7，12=5+7，14=3+11=7+7，16=5+11=3+13，18=5+13，……由此我们可以类推出：（歌德巴赫）猜想：每一个不小于 6 的偶数都是两个奇素数的和．

创新其实并不难，如果能从上述 10 个方面去思考问题，提出问题，那么你就会有很多好点子，你也就能做出不同凡响的创新．不怕做不到，就怕想不到！

[参 考 文 献]

[1] 王策三．认真对待“轻视知识”的教育思潮[J]．北京大学教育评论，2004，(3)：5–24.
[2] 钟启泉，有宝华．发霉的奶酪——《认真对待“轻视知识”的教育思潮》读后感[J]．全球教育展望，2004，(10)：3–7.
[3] 孙晓天．评价新课标要把问题找准——从两篇报道谈起[W]．http://math.fjnu.edu.cn/zxsx/shownews.asp?newsid=220. 2005–07–02.
[4] 姜伯驹．新课标让数学课失去了什么[N]．光明日报（教育周刊），2005–03–16（5）.
[5] 何小亚．回应《姜伯驹：新课标让数学课失去了什么》[J]．广东教育，2006，(6)：55–57.
[6] 郑毓信．数学课程改革：路在何方？[J]．小学青年教师（数学版），2006，(1)：4–8.
[7] 马复．数学课程改革：路在自己脚下[J]．小学青年教师（数学版），2006，(3)：16–18.
[8] 何小亚．与新课程同行：数学学与教的心理学[M]．广州：华南理工大学出版社，2003.
[9] NCTM. Curriculum Focal Points for Prekindergarten Through Grade 8 Mathematics [W]. http://www.nctm.org/focalpoints/intro.asp, 2006–09–12.
[10] 郑毓信．改革热潮中的冷思考[J]．中学数学教学参考，2002，(9)：1–5.
[11] 郑毓信．关于数学课程改革的若干深层次思考[J]．中学数学教学参考，2006，(9)：1–4.
[12] 章建跃．数学教育改革中几个问题的思考[J]．数学通报，2005，(7)：6–7.
[13] 李建平，赵小雅．义务教育 18 科课程标准全面修订[N]．中国教育报，2004–02–13（1）.
[14] 余慧娟．关于数学新课程的几个为什么——孙晓天教授访谈[J]．人民教育，2005，(7)：24–27.
[15] 严士健，张奠宙，王尚志．普通高中数学课程标准（实验）解读[M]．南京：江苏教育出版社，2004.
[16] [美]波利亚．数学与猜想：数学中的归纳和类比[M]．李心灿，王日爽，李志尧译．北京：科学出版社，2001.
[17] 李士锜．PME：数学教育心理[M]．上海：华东师范大学出版社，2001.
[18] 陈龙安．创造性思维与教学[M]．北京：中国轻工业出版社，1999.

Education Wars and Way out for Math Education

HE Xiao-ya

(Department of Math, South China Normal University, Guangdong Guangzhou 510631, China)

Abstract: Education wars were an extension and concretion of the “teacher-centered instruction” and “learner-centered instruction”. The way out for China’s math education was to strike a balance between the two. The essence of math teaching was a process whereby students actively build their mathematical perception structure under the guidance of teachers to give themselves an all-round development. The way out for the reform of mathematics curriculum was to maintain a balance between math for elite and math for all; deductive inference and plausible inference; reception learning and discovery learning; mathematics basis and mathematics innovation.

Key words: education wars; math education; way out; curricula reform; innovation

[责任编校：陈汉君]

第 17 卷第 1 期　　数 学 教 育 学 报　　Vol.17, No.1
2008 年 2 月　　JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION　　Feb., 2008

数学教育研究中值得关注的问题——热点与反思

巩子坤[1]，宋乃庆[2]

（1. 杭州师范大学 数学科学学院，浙江 杭州 310036；2. 西南大学 数学与统计学院，重庆 400715）

摘要：新一轮基础教育数学课程改革的推进和纵深发展，给数学教育研究提出了诸多值得关注和应该着力解决的问题，主要包括：《全日制义务教育数学课程标准》的适应性研究，教学方式研究，课堂教学研究，教学理论研究，教师专业发展研究，数学教育研究方法研究，双基教学理论构建（我国优秀教学传统的梳理、继承与发展）和国际比较研究（国外经验的批判性学习、借鉴）.

关键词：数学教育研究；热点问题；反思

中图分类号：G421　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004-9894（2008）01-0075-04

1 《全日制义务教育数学课程标准》的适应性研究——热点和现实问题

《全日制义务教育数学课程标准》（以下简称《课标》）的适应性研究是目前的焦点之一. 关于《课标》的争论主要集中在以下两个方面：

1.1 课程改革的理念——国际化与本土化

《课标》渗透、借鉴国外新的教育理念，对数学、数学课程、数学教学、数学学习进行了阐述. 研究者提出了以下值得思考的问题：

（1）大众数学：追求数学上普遍的低标准，还是普遍的高标准. 有研究者认为，目前所倡导的“大众数学”事实上是在普遍降低数学教育的水准. “大众化不能是平庸化. 我们需要的大众化，应该是普遍地提高水平，同时又保证优秀的学生能得到充分的发展. 大众化与提高水平必须结合起来.”[1]“为了使数学更易被一般大众所接受而简单地降低内容的难度将是无穷无尽的倒退.”[2]

（2）“生活化”与“数学化”：孰轻孰重. 在现实情境中教学数学，有利于学生从自己的生活经验出发更好地理解与掌握抽象的数学概念. 但是，在充分调动学生生活经验的同时，要帮助学生认识到从生活化到数学化的必要性. “在现实情境中教数学，通过应用问题来引入数学概念是有好处的，但不能够把这作为一条基本的原则. 因为如果那样做，许多数学的基本概念就无法讲了.”[3]许多数学知识与学生的“生活经验”是有一定距离的，需要借助理性的力量来掌握. “去数学化的倾向会危及数学教育的生命力.”[4]

（3）教学方式的选取：“新旧”作为“好坏”的标准. 《课标》强调：“有效的学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索、合作交流是重要的学习方式.”一时间，讲授教学、接受学习成为落后的代名词. 对不同的学习方式要做出客观的、理性的分析，要进行深入的研究. 有的研究者认为：“有效的教学方法只能是教师讲解与学生探索的结合. 采用哪一种，应按照课程的内容、学生的程度等由教师来决定. 例如，数学的规定、定义就不能让学生去探究.”[3]

（4）教师角色定位：主导者与引导者. “《课标》强调教学过程中学生的参与、体验和创造，然而走向了另一个极端，避而不谈教师在整个教学过程中的主导作用. 缺少了教师的正确主导作用，学生的活动就失去了方向.”[5]“学生的学习是别人不能包办代替的，但是，学生的进步必须遵循前人的经验，在‘巨人’的肩膀上攀登. 所谓教师的‘主导’，不过是确定方向，指明道路，亲自示范，帮扶前进. 为什么要加以否定？”[6]

1.2 课程内容的取舍与调整——几何与概率成为焦点

相对于《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》（简称《大纲》），“空间与图形”作了较大调整，“统计与概率”是新增加的内容，这两部分问题最多.

（1）几何部分：直观几何与演绎几何之争. 几何部分的问题，归根结底是直观几何与演绎几何的关系问题.

推理证明，弱化还是强化. 《课标》制订者认为[7]，新一轮数学课程改革对几何的重视程度是在加强，丝毫没有减弱. 而有的研究者指出：“《课标》不要求讲三角形 3 个内角和等于 180°的证明，有的教材就让学生用剪刀将 3 个角进行拼接，这是‘以说理代替证明’.”数学是一门思辨的学问，推理证明是数学的本质所在. 但《课标》大大淡化了数学中的推理证明[7]. 中学平面几何的公理体系，当然不能使用极端严密的希尔伯特公理体系，也不能使用原始的欧氏几何体系. 但是，无论如何，在整体上应该保留一个演绎的系统. 结论可以由直观和实验的方法进行猜想，但最终必须经过证明[8].

直观几何与演绎几何的关系如何处理. 在八年级下学期的教材中还要求学生经历直观，是促进了学生的思维发展还是影响了学生的思维发展. 如果要重视直观几何，是在演绎几何之前，增加一个直观几何阶段的学习，还是将直观几何与演绎几何小步子紧密地交织在一起？也许，我们需要拿出深度的调查数据来[9]. “直观和推理两者都很重要，而且两者之间互为支撑，有互逆的性质. 说起来比较容易，但如何在教材层面衔接得自然，使教师和学生都认识到这两种形式之间的联系与区别及其一致性，的确是我们在教材编写和教学实践中面临的一个难题.”[7]

收稿日期：2007-11-27

作者简介：巩子坤（1966—），男，山东滕州人，教育学博士，教授，主要从事计算数学与数学教育研究.

几何教学，还是学生学习的分水岭吗？《大纲》教材实施期间，许多教师反映："初中几何是中学数学学习的分水岭：好的学生凸现出来，一批学生落了下去."《课标》教材实施后，初中"空间与图形"是否仍然是学生学习的一个分水岭？如果是，是否与课程改革改变传统的几何知识的呈现方式以提高学生学习几何的兴趣、成绩的初衷背道而驰？如果不是，在目前的新课程实施中，是否还有类似的分水岭？如果有，这个分水岭又是什么？是《大纲》的要求高？还是左右一切的升学考试的要求高？如果是后者，我们能够仅仅责怪《大纲》吗？如果是后者，降低《大纲》的要求，就真的是灵丹妙药吗？"造成学生负担过重的原因，是针对选拔性考试而进行的高强度的训练，而不是因为内容多."[5]

几何改革，理论基础和实验基础是什么？关于几何部分，目标要求、内容选取、公理选取、编排方式的实验基础和理论基础是什么？我们不能仅仅从经验出发，应当拿出实验数据来，用真实的数据、科学研究的结果来说话[9].

（2）统计与概率部分：实验概率与理论概率之辩．基础教育阶段，从小学到初中再到高中，概率内容的选取是否合适？阶段划分是否合理？内容的分布是否适当？教科书是否保持了应有的连续性、一致性？教学要求是否适当？特别地，教师是否适应《课标》的要求？也就是说，教师是否拥有了相应的数学内容的知识？是否掌握了相应的数学教学的知识？这些都是亟待研究和解决的问题.

"由于统计思维与确定性思维有很大差异，依赖于人的辩证思维的发展，而思维发展心理学的研究表明，辩证思维从初中二年级（14 岁）开始萌芽，因此统计与概率的内容过早进入与学生思维发展水平不相适应."[10]研究表明，教师不适应《课标》的要求，表现在：教师的教学存在问题，教师不理解概率活动的本质，教师的教学缺乏活动性；教师的知识储备存在问题，教师缺乏基础性的概率知识；概率部分本身存在问题，知识相对教师而言具有一定的难度．因而，要降低概率部分的难度，加强教师的培训[11]．有的研究者认为，在小学，应该以实验概率为基础，帮助学生树立概率直觉，避免过早地引入计算；在初中，把实验概率和理论概率结合起来.

2 学习方式研究——学习方式与学习效率和知识类型的关系

2.1 接受学习与被动学习和机械学习的关系

大而言之，学习可以分为接受学习和探究学习．接受学习并不一定导致被动的、机械的接受．举一反三、融会贯通、触类旁通都是能动的接受学习的写照．学习方式的被动与否，关键并不在于它是接受的还是发现的，而在于数学活动中学生主体的数学思维参与度；学习方式的机械与否，关键并不在于接受的还是发现的，而在于能否将所学的知识与认知结构中已有的知识建立实质的和非人为的联系[10].

2.2 学习方式与学习效率的关系

新形势下，探究学习引起人们的特别关注．有的研究者认为："进行探究学习，目前的效率是低的，但是，长远看来，其效率体现在后面."有的研究者认为，在中小学阶段，学生要迅速掌握人类知识的精华，有意义接受学习是主要的学习方式．如果事事都从现实的情境中来，事事都去探究，就变成"鲁宾逊"了，就没有效率了.

2.3 学习方式与知识类型的关系

一种观点认为，明确知识以接受学习为主，默会知识以探究学习为主[10]．一种观点认为，数学可以分为思辨的数学和算法的数学，对于算法的数学应该采取接受学习的方式来进行，对于思辨的数学应该可以采取探究的方式进行[12]．还有的观点认为，对于那些超经验的、难以证明的、程序性的数学知识，适宜接受学习的方式来学习[13]．有的研究者认为，从现代观点来看，知识具有建构性、社会性、情境性、复杂性、默会性．知识的性质决定并影响了学习的性质，影响了学习方式的选择．知识的性质是复杂的，学习方式的选择也必然是复杂的.

3 课堂教学研究——回到数学教育的原点

课程改革最终发生在课堂上，教师的真功夫体现在课堂上，教与学的理论扎根在课堂上．课堂教学始终是数学教育关注的焦点．数学教育研究的一个趋势是"走进课堂"，关注学生的数学学习[14].

（1）教学面向生活实际问题．真实性的学习过程，是否只在与现实生活联系中才存在？学习文本教材，是否就是以学生在头脑中"复制"教材为目标？（2）有效数学教学的标准是什么．（3）课堂教学质量评估的标准如何确定．（4）怎样进行课堂教与学的行为分析．（5）课堂教学中学生思维参与度分析，学生所达到的思维水平分析．（6）如何既促进群体发展，又照顾个性差异发展．（7）科学性与人文性的整合．课堂文化、课堂生态的构建．（8）课堂教学策略研究.

4 理论研究——必要的反思与整合

4.1 对学习理论必要的反思

数学教育由于其特殊的地位，常常成为新教育理论最初的实验场．但是，对各种学习理论做出必要的反思，维持各种理论之间必要的张力，是保证数学教育健康发展的有效措施．比如，建构主义强调学生在学习中的主体地位，因而对于深入理解学生的学习，分析和批判单纯的注入式教学具有积极意义．但是，如果过分地强调学生的主体建构，而忽视了学习的社会性、情境性，就容易走向"个人建构主义"和"极端建构主义"，掉入"唯我论"和"不可知论"的泥潭．因而，对于建构主义要慎思[15].

4.2 多种学习理论的整合

行为主义对于教学工作的直接贡献包括：教学目标的明确界定，结果的高度重视，任务的恰当分解，程序化的教学方法等．认知心理学的研究表明深入研究内在思维活动的必要性和重要性对于改进教学具有十分重要的意义．情境认知理论则强调学习的情境性、社会性，只有将学习镶嵌在它所进行的社会的和物理的境脉中时，有意义的学习才会发生．各种学习理论都有其关注和解决的问题，也都有其局限性．对这些学习理论要做出必要的整合.

4.3 一般学习理论与数学教育的有机结合

学习理论大都是从一般教育的角度进行论述的，因而，数学教育面临的一个迫切任务是：如何努力做好由一般教育理论到数学教育理论的过渡，即如何通过自身的努力在数学教学中创造性地应用或者改造新的学习理论或理念，寻找新理论的普适性与数学教育特殊性的有机切合点，从而避免数学教育研究"去数学化"的倾向.

5 教师专业发展研究

基础教育课程改革成败的关键是教师. 有研究表明，教师培训是课程改革中最为薄弱的环节[16].

5.1 教师数学内容知识的提高

有研究指出："有效的教学依赖于教师对所教内容的深层含义是否有坚实的理解. 良好的教材、软件、教师用书都不能代替高资质的教师." [1]中国数学教育之所以能够取得好的成绩，关键之一是"教师对数学知识的深刻理解" [17]. 如何提高在职教师对学科知识的理解水平，是值得思考的问题. 这既涉及到政策层面的问题，又涉及到操作层面的问题.

5.2 教师数学教学知识的更新

顾冷沅教授提出了"课例载体、行为跟进；同伴互助，专家引领"的"三实践两反思"的"以课例为载体的教师教育模式"，在国内外产生了广泛影响. 目前，大家正在探索"基于学校、为了学校、在学校中"的校本研修教师专业发展模式.

5.3 高等院校数学教育类课程的建设和开设

新形势下，大批师范院校纷纷改为综合大学，综合院校也在培养数学教育师资；数学教育不再单独作为一个专业. 因而，如何设置数学教育类课程，如何在综合院校培养未来的数学教师，都是值得研究的问题. 但愿大学对学生的职前教育不是"鸡肋".

6 数学教育研究方法——定性研究与定量研究

数学教育研究方法科学规范与否，直接决定了研究结论的"可公度性"、"可对话性"与"合理性".

数学教育研究方法通常有思辨研究、实证研究，定性研究、定量研究. "长期以来，我国数学教育研究重思辨研究，在实证研究中则偏重于定性研究而轻定量研究，这是不争的事实，而国际数学教育研究比较重视定量的实证研究这也是事实." "对于中国的数学教育而言，不能总是停留于思辨研究和定性研究，而恰恰缺乏自下而上的质的研究方法，这也是国内的数学教育研究论文不能与国际数学教育接轨的主要原因." [18] "不同的方法有不同的用途和价值. 例如，对于课堂教学等微观研究来说，观察、记录、实验设计和较为精确的量化和控制就有其不可替代的独特作用. 而对于某些涉及到教育目标、教育观念的宏观研究来说，系统的方法和哲学层面的思考就显得有效. 依据研究目的、研究对象和研究领域的不同，可以有效地选择不同的研究方法，并注重不同方法的互补性." [19]

纵观当下的研究，来自基层的实证研究较少，特别地，对数学教育中热点问题的实证研究，长时间聚焦于某个现实问题、并力图解决该问题的研究，拿出有说服力的解决方案的实证研究比较少. "拿出各个方面的科学的测量数据，使得基于思辨层面的争论立即明朗起来，也使得道路清晰起来. 当然，我们无法期待研究和测量一劳永逸地解决所有的问题. 但这不能成为放弃积累的理由. 不然，即便不断地去实践，也会走向盲目，使改革陷入无知." [20]

7 双基教学——传统的继承与发展

对双基教学——我国数学教学传统的研究和理论构建，成为数学教育研究一道亮丽风景线. 数学教育工作者正在试图破解所谓的"中国学习者悖论"，以期与国外的同仁进行对话和交流.

7.1 双基的界定

从字面上理解，双基指"数学基础知识和基本技能". 但是，什么是基础？什么是基本？不同的历史时期，不同的发展需求，会有不同的基础. 比如，可以是本学科的基础，可以是为其它学科服务的基础，也可以是作为一个未来的公民的基础. "双基"的概念太模糊，很少有人能把它说清楚[7].

7.2 双基教学的特征

"双基教学是注重基础知识、基本技能教学和基本能力培养的，以教师为主导以学生为主体的，以学法为基础，注重教法，具有启发性、问题驱动性、示范性、层次性、巩固性特征的一种教学模式." [21]双基教学的特征突出体现在"启发式教学，精讲多练，变式练习，小步走、小转弯、小坡度的教学法，大容量、快节奏、高密度的复习课." [22]对双基教学的特征尚缺乏进一步的研究和概括.

7.3 双基教学的理论构建

这是一个薄弱环节. 许多研究者从认知心理学出发，寻求双基教学的理论基础. 张奠宙先生提出了双基教学的 4 个理论特征即："记忆通向理解，速度赢得效率，严谨形成理性，重复依靠变式." [21]有的研究者提出了中国双基教学理论的外部结构特征和内隐性特征[23].

7.4 双基教学的发展——双基到四基

有研究者提出，在长期的数学教育实践中，我国形成了"基础知识、基本技能、基本能力和基本态度 4 个基础并重的数学教学目的观." "四基"是紧密联系的有机整体，是数学学力的基本构成要素[10]. 史宁中先生提出，要从"双基"发展到"四基"，即基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验. 如果在我国中小学数学教育中，一方面保持"数学双基教学"合理的内核，一方面添加"基本思想"和"基本活动经验"，出现既有演绎能力又有归纳能力的培养模式，就必将会出现"外国没有的我们有、外国有的我们也有"的局面，那一天，我们就能自豪地说，我国的基础教育领先于世界.

8 中外比较研究——必要的文化背景分析和辩证的观点

Bishop 指出："数学教育是一项国际性的事业……一个思想或一种实践并不能由一个国家直接移植到另一个国家，但人们无疑可以从具有不同哲学、进行着不同实践的其他同

行的经验中学到很多东西.”近几年，数学教育比较研究引起广泛关注，其中第三届国际数学及科学研究（TIMSS）影响较大．以下观点来自梁贯成先生的文章[2].

虽然华人地区数学教育遭受各种批评，但是TIMSS结果表明，就学生成绩来看，华人地区的数学教育还是相当不错的．而另一方面，华人地区学生对数学学习的态度相对负面，其优异的数学成绩与负面的数学学习态度形成鲜明的对照．虽然相对负面的学习态度似乎没有影响学生的数学学习成绩，但是负面态度本身应该引起我们的关注．为了能够从TIMSS中得益，我们应该仔细剖析TIMSS本身，分析一下它的测试标准是否符合我们的教育目标．我们需要思考，隐含在TIMSS测试的哲学是否与中国文化中长期的数学教育哲学一致．如果两种哲学之间存在着巨大的差异，那么，即使在TIMSS取得优异的成绩，我们也不值得太得意．“TIMSS的结果应该作为一面镜子，用来更好地理解我们的系统．我们所面临的一种危险是落后于其它的国家；而另一种危险是，简单地跟随国际潮流，结果丢掉了我们的优点．在我们的文化中，长期存在的弱点需要巨大的勇气来改变．但是，我们需要更大的勇气来抵制那些在发达国家正在发生的变化.”

这对我们有以下启示：（1）国际比较，要基于一定的文化背景分析．割断文化、割断历史的做法是不可取的．（2）要把定性和定量的方法结合起来．定量研究所得到的结论，可能与定性研究所得到的结论是相反的．我们应该辩证地看问题，避免一叶障目．（3）保持研究者客观的、中立的立场．避免“以中非西”，或者“以西非中”．（4）广泛地收集资料．这也是一个比较困难的问题．由于文化背景不同、法律意识相异，常常地，从国外获取第一手资料较为困难，这直接影响到研究的施行和研究的信度．

[参 考 文 献]

[1] 齐民友．数学教育改革要遵循数学科学的发展[J]．数学通报，2006，(8)：1–4.
[2] 梁贯成．第三届国际数学及科学研究结果对华人地区数学课程改革的启示[J]．数学教育学报，2005，14（1）：7–11.
[3] 阎洪波，吴志娟．寻求K-12数学教育的共同的基点[J]．数学通报，2005，(12)：17–19.
[4] 张奠宙．当心去数学化[J]．数学教学，2005，(6)：封底.
[5] 姜伯驹．关于初中数学课程标准的“基本理念”[J]．数学通报，2005，(8)：1–4.
[6] 张奠宙．对《全日制义务教育数学课程标准》理念部分的意见[J]．数学通报，2005，(12)：1–4.
[7] 余慧娟．关于数学新课程的几个为什么——访孙晓天教授[J]．人民教育，2005，(7)：24–27.
[8] 张奠宙．平面几何教学的回顾与前瞻[J]．数学教学，2005，(5)：封二.
[9] 孔凡哲．课程标准实验教科书几何内容的特点和问题[J]．数学教学，2005，(6)：10–13.
[10] 章建跃．数学教育改革中几个问题的思考[J]．中学数学教与学，2005，(9)：10–14.
[11] 巩子坤，宋乃庆．统计与概率的教与学：反思与建议[J]．人民教育，2006，(20)：24–27.
[12] 张奠宙，张广祥．中学代数研究[M]．北京：高等教育出版社，2006.
[13] 巩子坤．数学知识的特征与学习方式的有效选择[J]．中国教育学刊，2005，(11)：55–58.
[14] 鲍建生．2008年国际数学教育大会系列报道之二[J]．数学教育学报，2006，15（4）：89.
[15] 郑毓信．建构主义之慎思[J]．开放教育研究，2004，(1)：4–8.
[16] 朱德全，宋乃庆．数学新课标实验教科书在西南地区的适应性调查研究[J]．中国教育学刊，2004，(3)：32–36.
[17] Liping Ma. Knowing and Teaching Elementary Mathematics [M]. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Mahwah, 1999.
[18] 张晓贵．谈数学教育研究的国际接轨[J]．数学教育学报，2005，14（2）：37–40.
[19] 黄秦安．数学教育研究的方法论问题与元数学教育的提出[J]．中学数学教与学，2005，(8)：13–18.
[20] 余慧娟．数学改革的路必须走下去[J]．人民教育，2005，(12)：21–24.
[21] 邵光华，顾泠沅．中国双基教学的理论研究[J]．教育理论与实践，2006，(2)：48–52.
[22] 张奠宙，宋乃庆．数学教育概论[M]．北京：高等教育出版社，2004.
[23] 张奠宙．中国数学双基教学[M]．上海：上海教育出版社，2006.

Research on Mathematics Education: Critical Problems and Reflection

GONG Zi-kun[1], SONG Nai-qing[2]

(1. School of Mathematics, Hangzhou Normal University, Zhejiang Hangzhou 310036, China;

2. College of Mathematics and Statistics, Southwest China University, Chongqing 400715, China)

Abstract: Along with mathematics curriculum reform, some problems should be paid attention to and solved, such as research on adaptability of standard for mathematics curriculum, teaching methods, classroom teaching, teaching theory, teachers' professional development, and research methods, 'Two Basic' teaching theory, and international compare study. Analyzing research on these problems, reflecting on these problems, and solving these problems were necessary to mathematics curriculum reform.

Key words: research on mathematics education; critical problems; reflection

[责任编校：陈汉君]

基本初等矩阵的几何意义及其在教学中的运用

吕世虎[1]，李　军[2]

（1．西北师范大学 教育学院，甘肃 兰州　730070；2．山西省永济中学 科研处，山西 永济　044500）

摘要：表示“交换某两行的位置”、“把某一行乘以一个非零数”、“把某一行的 k 倍加到另一行上”的 3 种基本初等变换的矩阵分别称为基本初等矩阵（1）、（2）、（3）．基本初等矩阵（1）的几何意义是：关于某一“标准轴（面）”的镜像反射（对称）变换；基本初等矩阵（2）的几何意义是：在某一坐标轴方向的伸缩变换；基本初等矩阵（3）的几何意义是：在某一坐标轴方向的切变变换．在矩阵与变换的教学中，应注重揭示矩阵的几何意义，利用矩阵的几何意义帮助学生理解矩阵的概念、运算和运算律的意义以及解线性方程组的意义．

关键词：基本初等矩阵；反射（对称）变换；伸缩变换；切变变换；几何意义

中图分类号：G632.0　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004-9894（2008）01-0079-05

高中数学课程标准在选修系列 4 中设置了矩阵与变换的内容，要求通过平面图形的变换，讨论二阶方阵的运算和性质，揭示矩阵表示的变换的几何意义，初步理解矩阵应用的广泛性．因此，揭示矩阵表示的变换的几何意义，对于学生直观理解矩阵的运算和性质，实现课程标准的要求具有重要意义．本文旨在分析基本初等矩阵几何意义的基础上，探讨教学中如何利用矩阵的几何意义帮助学生理解矩阵的概念、运算和运算律以及矩阵表示的线性方程组的意义．

1　基本初等矩阵的几何意义

在数学中，数域 P 上的矩阵的基本初等变换有 3 种：(1) 交换某两行的位置；(2) 把某一行乘以一个非零数 $k(k\in P)$，(3) 把某一行的 $k(k\in P)$ 倍加到另一行上．对于数域 P 上的一个单位矩阵分别实施上述 3 种基本初等变换，所得矩阵分别称为基本初等矩阵（1）、（2）、（3）．由线性代数理论知：矩阵的 3 种基本初等变换可以用 3 种基本初等矩阵(1)、(2)、(3) 来表示；基本初等矩阵与矩阵的基本初等变换是一一对应的；任何一个可逆矩阵都可以分解成基本初等矩阵（1）、（2）、（3）的乘积．基本初等矩阵（1）可以由（2）和（3）导出．所以，任何一个可逆矩阵都可以分解成（2）和（3）这两种基本初等矩阵的乘积．从变换的角度来说，一个可逆的线性变换是连续实施若干次（2）和（3）两种基本初等变换的结果．

一个二阶矩阵作用在一个二维向量上得到一个新的向量，例如，$\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-a\\b\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\b\end{pmatrix}$．因此，一个二阶矩阵把平面上的每一个点都变成唯一的点，从而它是平面到平面的映射（即变换），可以刻画平面上的几何变换．同理，任意一个 3 阶矩阵可以刻画空间中的几何变换．由于任何一个可逆矩阵都可以分解成基本初等矩阵（1）、（2）、（3）的乘积，因此，基本初等矩阵（1）、（2）、（3）的几何意义是理解一般矩阵所表示的变换的几何意义的基础．从几何的观点理解矩阵，把矩阵视为一种几何变换，赋予矩阵一种直观意义，有助于对矩阵概念的理解．

1.1　基本初等矩阵（1）的几何意义

在二维和 3 维几何空间中，基本初等矩阵（1）所表示的几何变换是：对图形实施关于某一“标准轴（面）”的镜像反射（对称）变换．其中，标准轴是指在二维几何平面上的直线 $y=x$；标准面是指在 3 维几何空间中的平面 $y=x$、$y=z$、$z=x$．

例如：设 $M(a,b)$ 是二维几何平面 xOy 上的任意一点，点 M 经基本初等矩阵 $P(1,2)=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$ 变换后的结果为 $M_1=P(1,2)M'=(b,a)$，是点 M 关于直线 $y=x$ 的对称点．

设 $M(a,b,c)$ 是 3 维几何空间 $Oxyz$ 中任意一点，点 M 经基本初等矩阵 $P(1,2)$、$P(2,3)$、$P(1,3)$ 变换后，所得结果分别为：$M_1=P(1,2)M'=(b,a,c)$、$M_2=P(2,3)M'=(a,c,b)$、$M_3=P(1,3)M'=(c,b,a)$．容易验证，点 M_1 是点 M 关于平面 $y=x$ 的对称点、点 M_2 是点 M 关于平面 $y=z$ 的对称点、点 M_3 是点 M 关于平面 $z=x$ 的对称点．

1.2　基本初等矩阵（2）的几何意义

在二维和 3 维几何空间中，基本初等矩阵（2）所表示的几何变换是：对图形实施的在某一坐标轴方向的伸缩变换．

例如：设 $M(a,b)$ 是平面 xOy 上的任意一点，点 M 经基本初等矩阵 $P(1(k))=\begin{pmatrix}k&0\\0&1\end{pmatrix}$、$P(2(k))=\begin{pmatrix}1&0\\0&k\end{pmatrix}$ 实施变换后分别为：$M_1=P(1(k))M'=(ka,b)$、$M_2=P(2(k))M'=(a,kb)$．点 M_1、M_2 分别是把点 M 在 x 轴方向的坐标伸缩 k 倍在 y 轴方向的坐标不变、在 y 轴方向的坐标伸缩 k 倍在 x 轴方向的坐标不变而得到的．

设 $M=(a,b,c)$ 是 3 维几何空间 $Oxyz$ 中任意一点，点 M 经 3 阶基本初等矩阵 $P(1(k))$、$P(2(k))$、$P(3(k))$(其中，$k\neq 0$）实施变换后，所得结果分别为：$M_1=P(1(k))M'=(ka,b,c)$、$M_2=P(2(k))M'=(a,kb,c)$、$M_3=P(3(k))M'=(a,b,kc)$．M_1 是把点 M 在 x 轴方向的坐标伸缩 k 倍，而在 y 轴和 z 轴方向的坐标不变而得到的；M_2 是把点 M 在 y 轴方向的坐标伸缩 k 倍，而在 x 轴和 z 轴方向的坐标不变而得到的；M_3 是把点 M 在 z 轴方向的坐标伸缩 k 倍，而在 x 轴和 y 轴方向的坐标

收稿日期：2007-11-04

作者简介：吕世虎（1963—），男，甘肃平凉人，教授，主要从事数学课程与教学论研究．

不变而得到的．若 $k>0$，其伸缩方向与原坐标方向相同，若 $k<0$，其伸缩方向与原坐标方向相反．

作为特例，当 $k=0$ 时，基本初等矩阵（2）表示的几何变换是：对图形实施的在某一坐标轴（面）上的投影变换；当 $k=-1$ 时，基本初等矩阵（2）表示的几何变换是：对图形实施的关于某一坐标轴（面）的镜像反射（对称）变换．

例如：矩阵 $P(1(0))=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$、$P(1(-1))=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$，对点 $M=(a,b)$ 实施变换后分别为：$M_1=P(1(0))M'=(0,b)$，是点 M 在 y 轴上的投影点；$M_2=P(1(-1))M'=(-a,b)$，是点 M 关于 y 轴反射点．

3 阶矩阵 $P(1(0))$、$P(1(-1))$ 对点 $M=(a,b,c)$ 实施变换后分别为 $M_1=P(1(0))M'=(0,b,c)$，是点 M 在 yOz 平面上的投影点；$M_2=(-a,b,c)$ 是点 M 关于坐标平面 yOz 的反射点．

1.3 基本初等矩阵（3）的几何意义

在二维和 3 维几何空间中，基本初等矩阵（3）所表示的几何变换是：对图形实施的在某一坐标轴方向的切变变换．

切变在物理学中属于物体最基本的形变之一，但在数学中却极少使用这个名词，中国科学出版社出版的《数学百科全书》将这种模型定义为：移位[1]．在高等代数和解析几何中很少使用切变这一概念，因此，对于基本初等矩阵（3）的几何意义需要结合物理中的切变来加以说明．下面从切变变换的物理意义出发，寻求其数学表达，并以此来说明初等矩阵（3）的几何意义．

1.3.1 切变的物理背景

切变（Shear），在物理学中指由剪应力作用造成的扭曲（或变形）．

如图 1，当物体受到力偶作用使物体两个平行截面间发生相对平行移动时，在弹性力学中，把这种形变叫做剪切形变[2]，简称切变．切变的主要特征为：(1) 平行截面间相对滑移；(2) 只有纯粹的形状变化，而没有大小（面积或体积）的变化[2-3]．

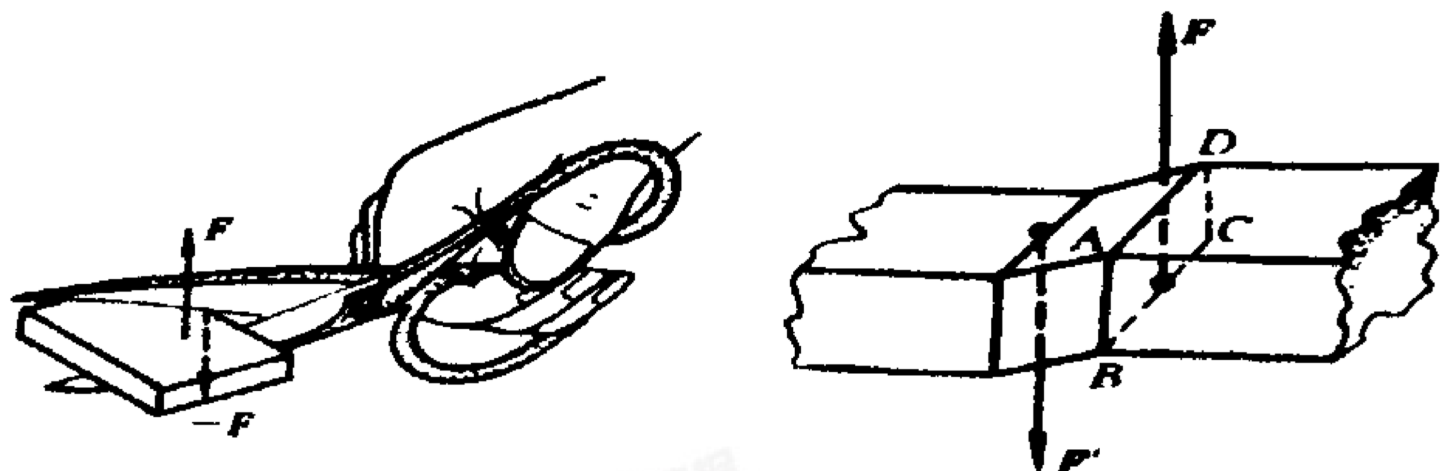
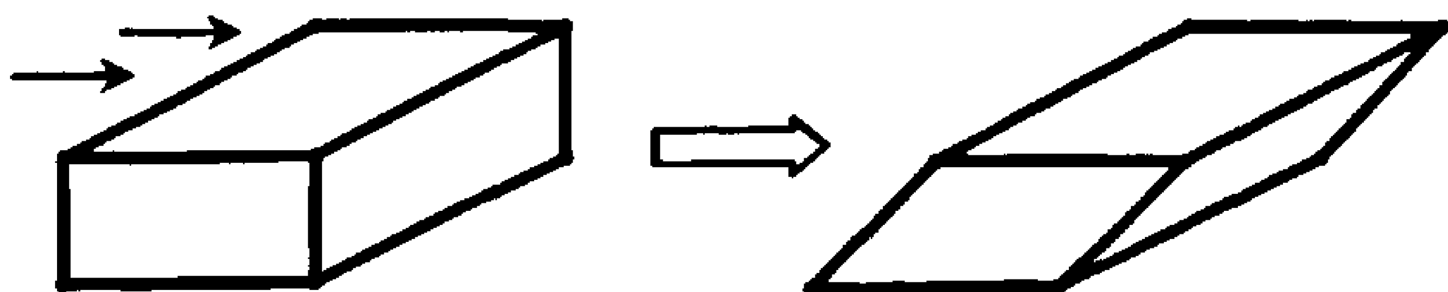


图 1 剪切形变图

通俗地讲，如图 2，将一本厚书放在桌面上，推动它的封面，使书页发生滑动，这时在书页的两头边缘上画出的一个矩形变成了平行四边形，这本书受到的就是切变．其形状发生了变化，而体积不变（这本书的宽度和厚度均没有发生变化）．


图 2 厚书切变示意图

1.3.2 二维几何空间中的切变变换矩阵

如图 3，在平面上，一个正方形的切变表现为，其受到力偶作用由正方形变成一个等底、等高的平行四边形．

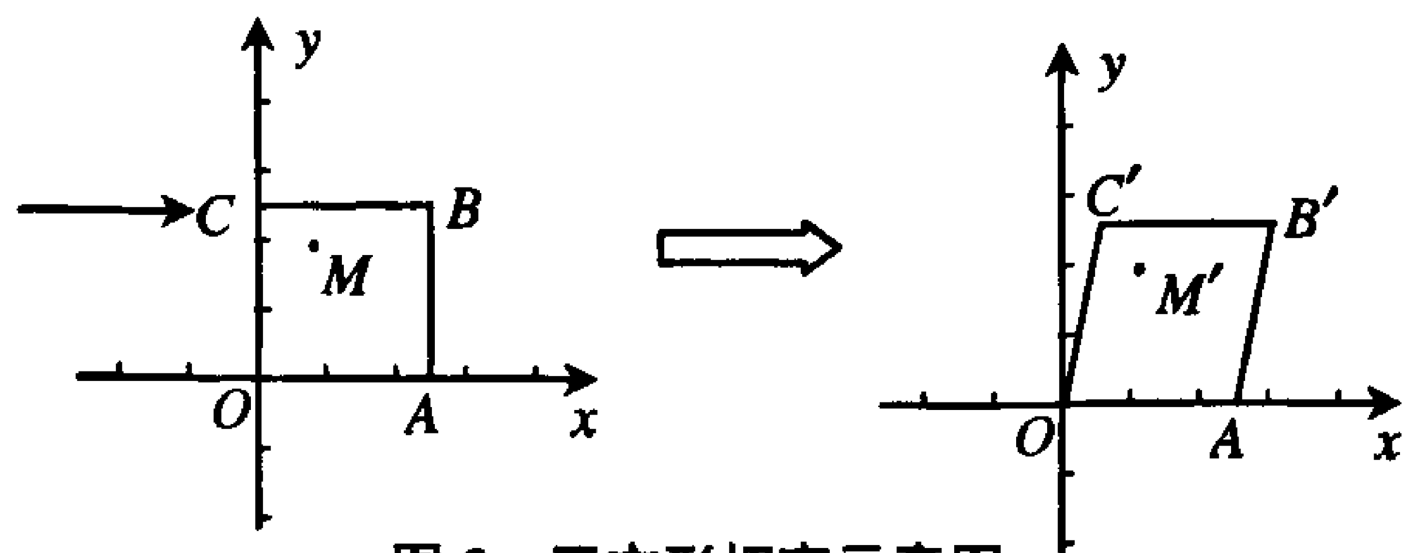


图 3 正方形切变示意图

建立如图 3 所示的平面直角坐标系，设点 $M(x,y)$ 是正方形 $OABC$ 所围区域中任意一点，点 $M'(x',y')$ 是其发生切变后平行四边形 $OAB'C'$ 所围区域中的对应点．

由切变的意义，在从点 M 到点 M' 的切变过程中，纵坐标 y（高度）不会发生变化，横坐标 x 会向右（力的方向）平移一段距离，并且移动的这段距离和点 M 的纵坐标 y 的绝对值有关（高度不同移动量也不同）．从图 3 可以看出，若点 M 在 x 轴上时，其横坐标的移动量（增量）为 0，若点 M 在 x 轴上方时，其横坐标的移动量（增量）随纵坐标 y 的绝对值的增大而增大，容易证明横坐标 x 的这个移动量（增量）与其纵坐标 y 的绝对值成正比．即有：$\begin{cases}x'=x+ky\\y'=y\end{cases}(k\in\mathrm{R})$，其矩阵表达式为：$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&k\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$．

如果正方形切变时的受力方向如图 4 所示，同理可得：$\begin{cases}x'=x\\y'=kx+y\end{cases}(k\in\mathrm{R})$，其矩阵表达式为：$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\k&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$．

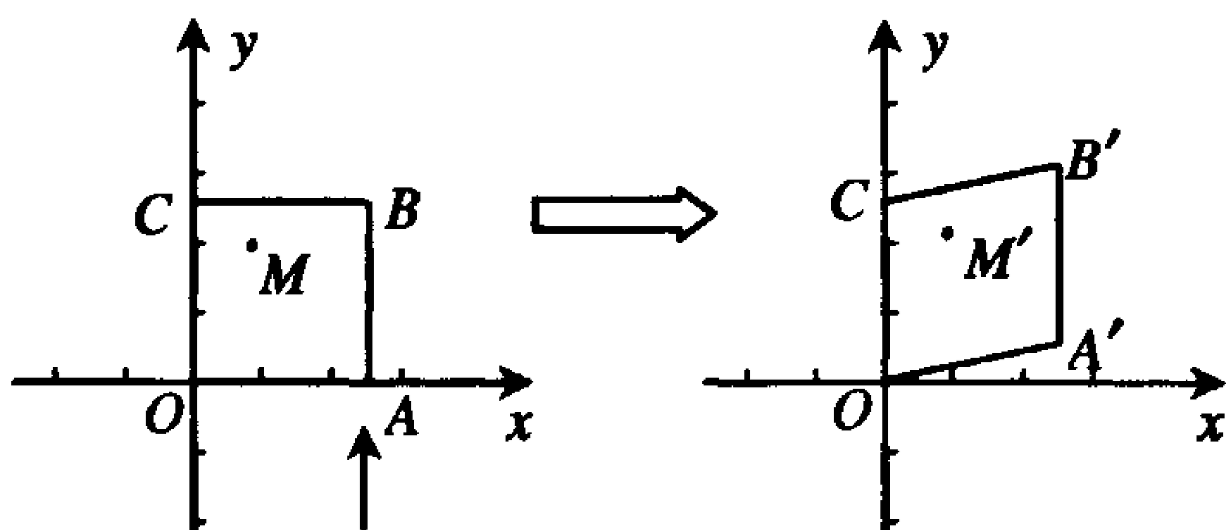


图 4 正方形切变时的受力方向

可见，矩阵 $\begin{pmatrix}1&k\\0&1\end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix}1&0\\k&1\end{pmatrix}(k\in\mathrm{R})$ 是刻画平面上切变的数学模型，我们可以称其为平面上的切变变换矩阵．它们是把二阶单位矩阵的某一行的 k 倍加到另一行的基本初等矩阵 $P(i,j(k))$．

1.3.3 三维几何空间中的切变变换矩阵

如图 5，在 3 维几何空间中，一个正方体的切变表现为，其受到力偶作用由正方体变成一个等底、等高的平行六面体．

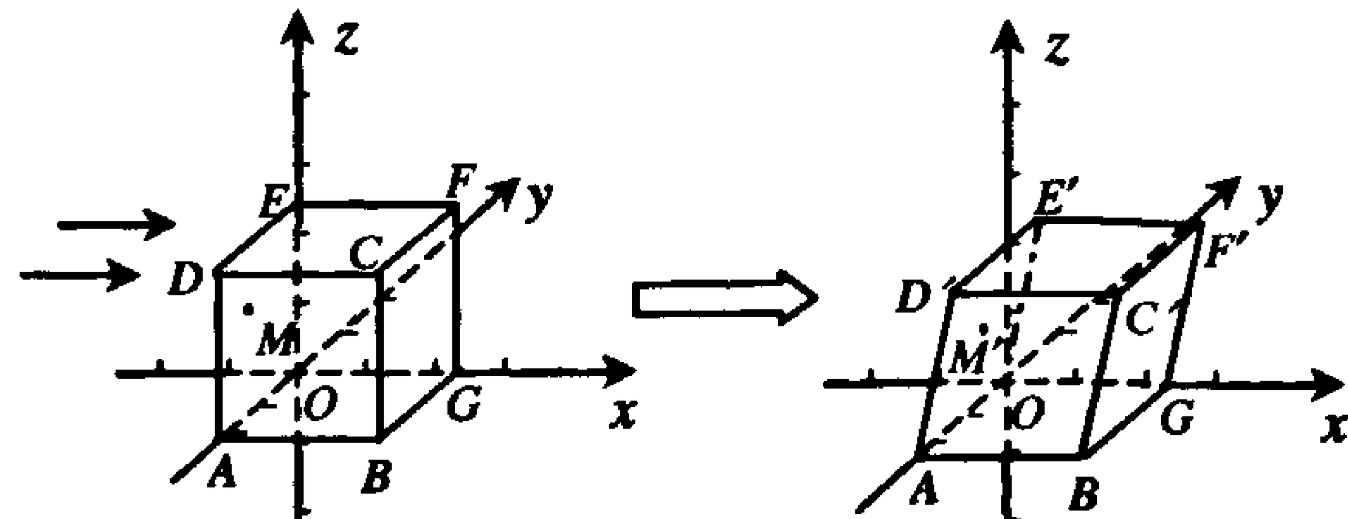


图 5 正方体的切变示意图

建立如图 5 所示的空间直角坐标系．设正方体 AF 切变时的受力面为 $EDAO$ 及其相对平行平面 $BGFC$，点 $M(x,y,z)$ 是正方体 AF 所围空间中任意一点，点 $M'(x',y',z')$ 是其发生切变后平行六面体 AF' 所围空间中的对应点．

由切变的意义，在从点 M 到点 M' 的切变过程中，纵坐标 y 和竖坐标 z（高度）都不会发生变化，横坐标 x 会向右（力的方向）平移一段距离，并且移动的这段距离与点 M 的竖坐标 z(平行六面体的高)有关，与点 M 的纵坐标 y 无关．从图 5 可以看出，若点 M 在 xOy 平面上时，其横坐标的移动量（增量）为 0，若点 M 在 xOy 平面上方时，其横坐标 x 的移动量随竖坐标 z 的绝对值的增大而增大，容易证明横坐标的这个移动量与其竖坐标 z 的绝对值成正比．即有：$\begin{cases}x'=x+kz\\y'=y\\z'=z\end{cases}$ $(k\in\mathrm{R})$，矩阵表达式为：$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&k\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$．

如果正方体 AF 切变时的受力面为 $EFGO$ 及其相对平行平面 $ABCD$，方向与 y 轴平行，则在如图 6 所示的坐标系中，点 M 在切变后横坐标 x 和竖坐标 z（高度）都不会发生变化，纵坐标 y 会向其负向（力的方向）平移一段距离，移动的这段距离与点 M 的横坐标 x 无关，与点 M 的竖坐标 z 的绝对值成正比．

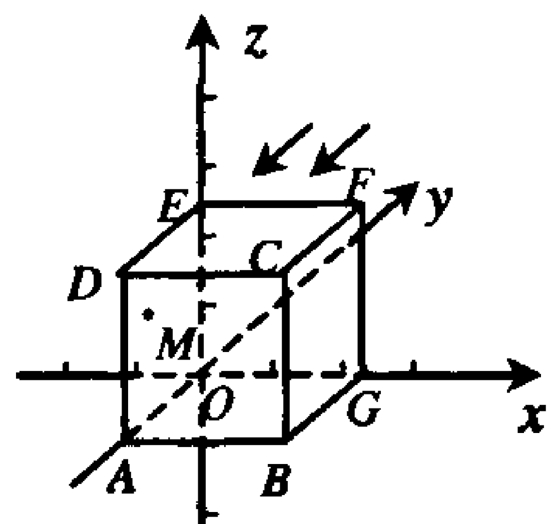


图 6　正方体切变时的受力面示意图

即有：$\begin{cases}x'=x\\y'=y+kz\\z'=z\end{cases}$ $(k\in\mathrm{R})$，其矩阵表达式为：

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&k\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}.$$

综上，正方体在发生切变的过程中，如果力的方向与某一坐标轴的方向平行，则其上任意一点的坐标一定有两个是不变量，一个是平移变量．

例如，若正方体 AF 在切变时受力面分别为 $ABGO$、$ADEO$、$GBAO$、$GFEO$ 及其相对的平行平面，受力方向分别和坐标轴方向平行时，同理可得：

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&k&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&k&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\k&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\k&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}.$$

矩阵 $\begin{pmatrix}1&0&k\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&k\\0&0&1\end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&k&1\end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix}1&k&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\k&0&1\end{pmatrix}$、$\begin{pmatrix}1&0&0\\k&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，称为 3 维空间上的切变变换矩阵．它们是把3阶单位矩阵的某一行的 k 倍加到另一行的基本初等矩阵 $P(i,j(k))$．

作为特例，若 $k=0$，则基本初等矩阵（3）为单位矩阵，其几何意义是，图形到其自身的恒等变换．

2　基本初等矩阵的几何意义在教学中的运用

从变换的观点认识矩阵是函数思想的进一步拓展，对于高中学生来说是比较抽象的．在矩阵与变换的教学中，应注重揭示矩阵的几何意义，利用矩阵的几何意义帮助学生理解矩阵的概念、运算和运算律的意义以及解线性方程组的意义．

（1）利用基本初等矩阵的几何意义帮助学生理解矩阵表示的变换、矩阵的运算及运算律的意义．

首先，要让学生对基本初等矩阵所表示的几何变换的特点有清晰的认识，这是认识矩阵变换的几何意义的基础．例如，矩阵 $\begin{pmatrix}1&0\\0&1/2\end{pmatrix}$ 表示的压缩变换，不是简单的把平面上的点（向量）“向下”压（图 7），它是向靠近 x 轴的方向压缩，即对于下半平面的点（向量）是“向上”压缩（图 8）．

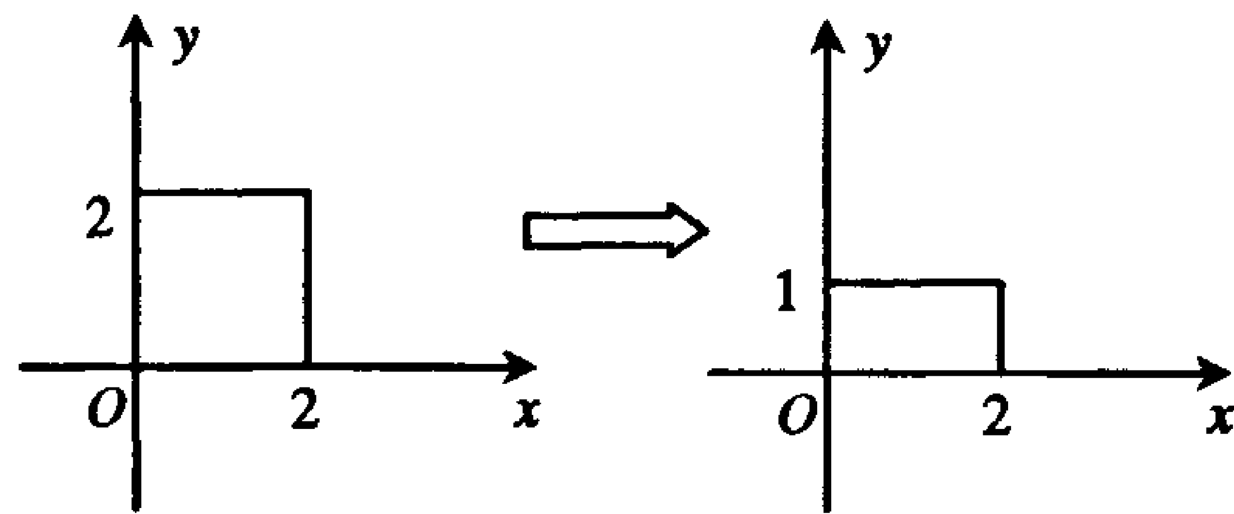


图 7　压缩变化示意图（一）

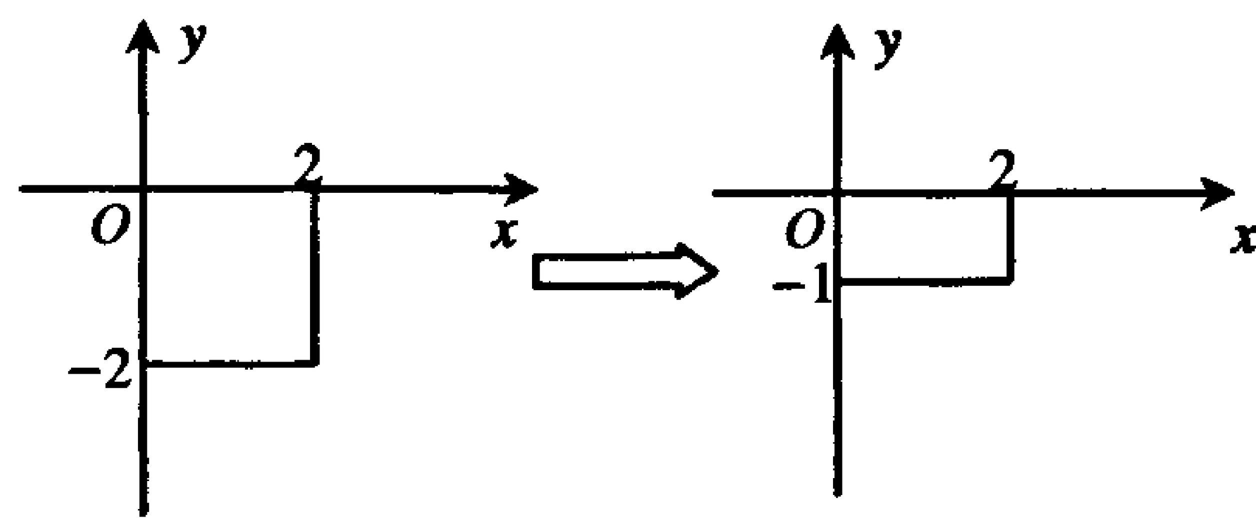


图 8　压缩变化示意图（二）

矩阵 $\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$ 表示的投影变换把平面上垂直于 y 轴的直线变为 y 轴上的同一个点（图 9），把一个正方形变成一条线段（图 10）．

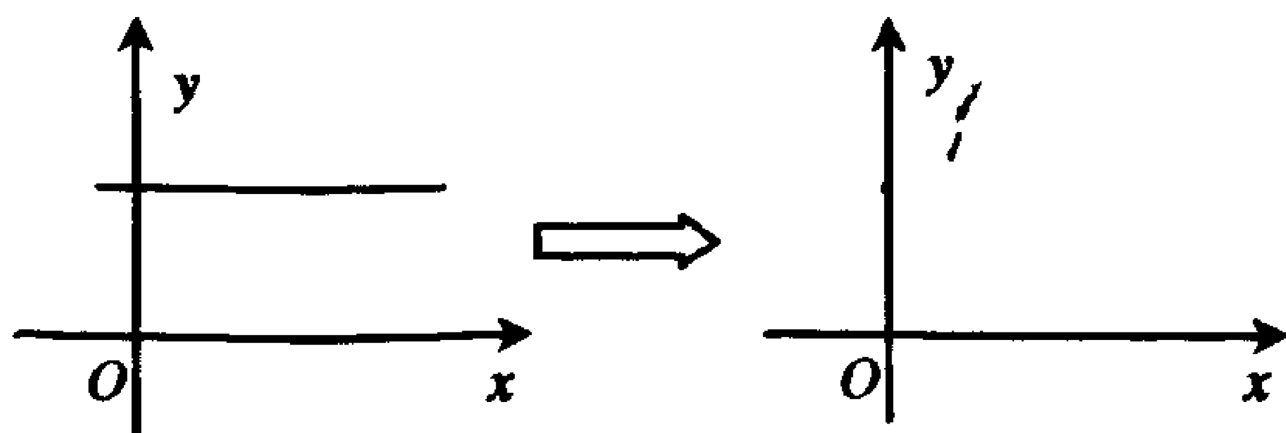


图 9　投影变换示意图（一）

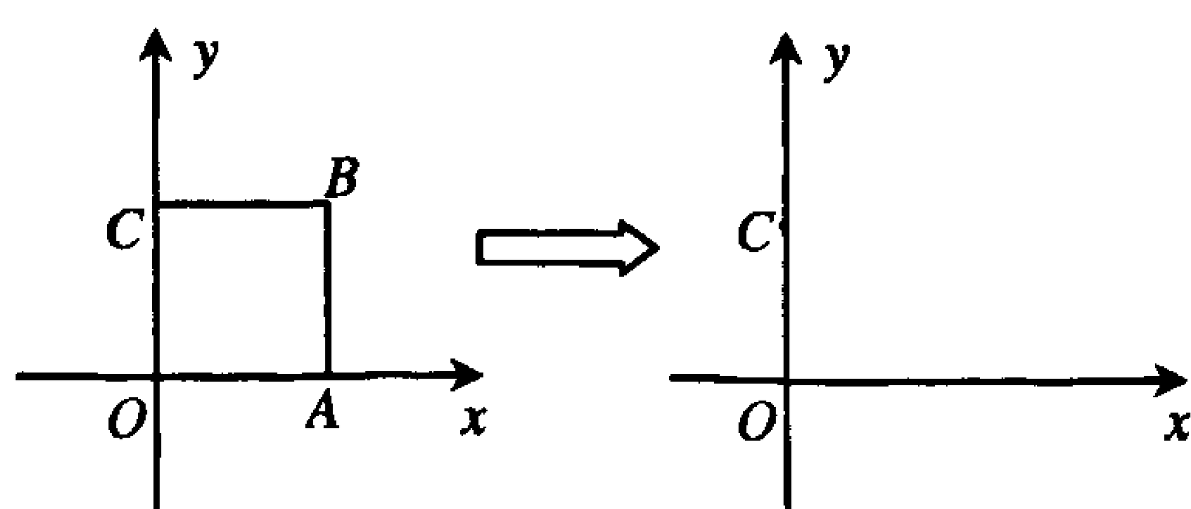


图 10 投影变换示意图（二）

矩阵$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$表示的切变变换，把正方形变成平行四边形，把直线 $x+y=1$ 变成直线 $x=1$（图 11）. 对于切变变换，还需要结合物理意义来理解其几何意义.

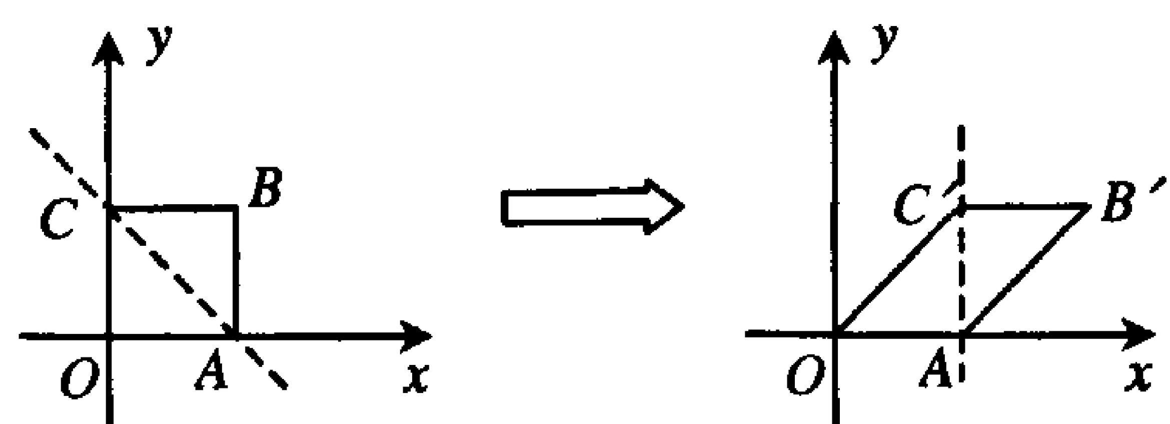


图 11 切变变换示意图

其次，借助基本初等矩阵的几何意义来理解矩阵的乘法运算和运算律. 例如，对于顶点为 $O(0,0)$、$A(1,0)$、$B(1,1)$、$C(0,1)$的正方形实施关于 x 轴的反射变换$\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$，再实施关于标准轴 $y=x$ 的反射变换$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$，得到的图形正好是将原来的正方形逆时针旋转 90° 得到的. 这一结果用矩阵运算表示为$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$，即两个矩阵相乘得到一个新矩阵，新矩阵所表示的变换正是原来两个矩阵表示的变换的复合. 这正是矩阵乘法的意义，即两个矩阵相乘表示连续两次实施变换. 这一特例同时也可以帮助学生认识“旋转变换可以由连续两次反射变换来实现”这一性质.

根据上述对矩阵乘法的理解，容易直观得出矩阵运算满足结合律. 但对于交换律，可通过对顶点为 $O(0,0)$、$A(1,0)$、$B(1,1)$、$C(0,1)$的正方形，先逆时针旋转 90°，再向靠近 y 轴的方向压缩一半得到的结果（图 12）与先向靠近 y 轴的方向压缩一半，再逆时针旋转 90° 得到的结果（图 13）的比较，让学生认识到交换变换的顺序得到的结果一般来说是不同的，即：$\begin{pmatrix}1&0\\0&1/2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&1/2\end{pmatrix}$.

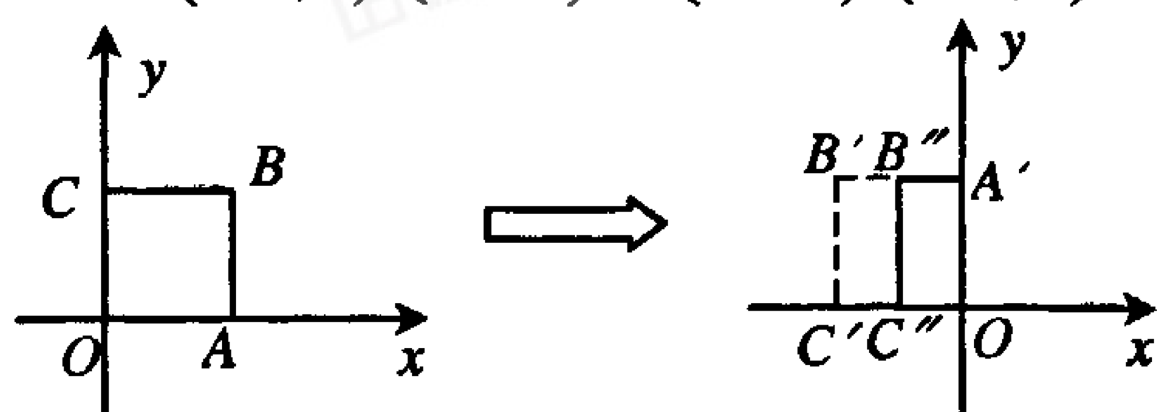


图 12 正方形旋转后压缩示意图

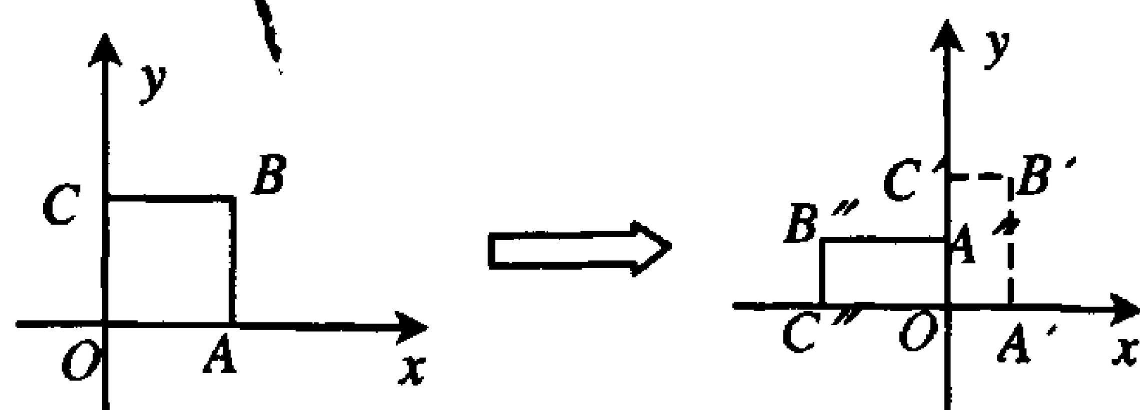


图 13 正方形压缩后旋转示意图

因此，矩阵的乘法不满足交换律. 有些情形，例如，连续两次旋转或连续两次压缩变换是可以交换顺序的.

根据投影变换的特点，把一个顶点为 $O(0,0)$、$A(1,0)$、$B(1,1)$、$C(0,1)$的矩形先作关于坐标原点的对称变换，再向 x 轴作投影变换得到的结果（图 14），与先作关于 y 轴的反射变换，再向 x 轴作投影变换的结果（图 15）是一样的，即：$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$，但$\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

因此，矩阵的乘法不满足消去律.

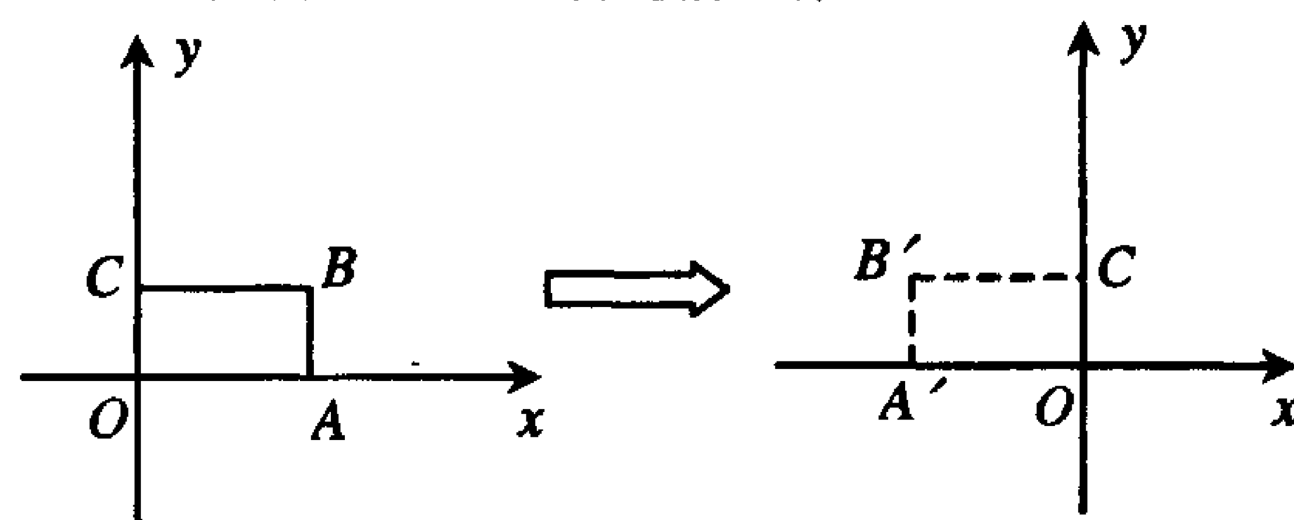


图 14 对称变换后作投影变换

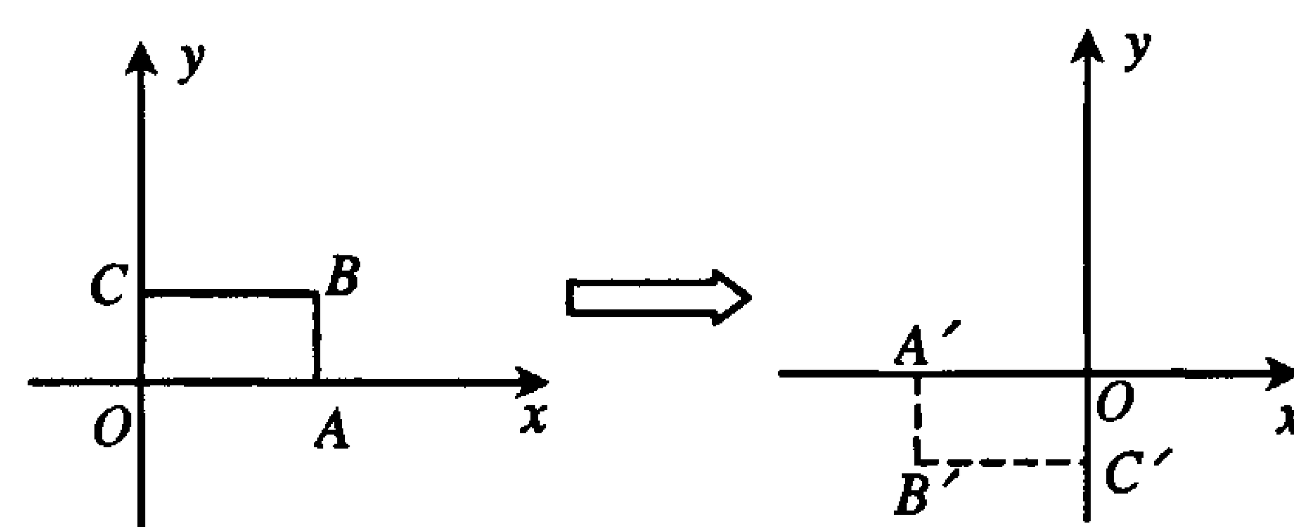


图 15 反射变换后作投影变换

(2)利用基本初等矩阵的几何意义帮助学生理解矩阵的逆的意义及性质.

矩阵的逆可以通过代数运算来定义，如，矩阵 A、B 满足 $AB=BA=I$（I 为单位矩阵）时，称 B 为 A 的逆矩阵. 单纯从代数运算的角度理解矩阵的逆对于学生有一定困难. 因此，在教学中应从矩阵表示的几何变换的角度出发，利用矩阵的几何意义引导学生直观理解矩阵逆的含义. 例如，把一个图形沿某一方向压缩一半后，再沿相反方向伸长一倍就恢复了原样；把一个图形沿顺时针旋转 90°，再沿逆时针旋转 90° 也就恢复了原样. 所以，压缩矩阵$\begin{pmatrix}1&0\\0&1/2\end{pmatrix}$的逆矩阵是伸长矩阵$\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$，顺时针旋转 90° 矩阵$\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$的逆矩阵是逆时针旋转 90° 矩阵$\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$，二者作用于一个几何图形就等于恒等变换. 对于一个图形连续两次作同样的反射变换就变回原来的图形，因此，反射变换的逆变换是它自身.

对于一个几何图形先压缩再旋转后，要变回原样应该先旋转回来再拉长. 因此，$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$.

投影变换把一个正方形变成一条线段，这条线段再无法变回成一个正方形，所以，投影变换没有逆变换. 这表明，有些矩阵没有逆矩阵.

(3)利用基本初等矩阵的几何意义帮助学生理解解线性方程组的意义.

对于二元一次方程组$\begin{cases}ax+by=e\\cx+dy=f\end{cases}$，可以用矩阵表示为$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}$ (*). 设$A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$，则 (*) 可表示为$A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}$.

从变换的观点看，解二元一次方程组的问题可以看作是，已知变换矩阵及变换的结果（向量（点）），求该结果是由哪一个向量（点）变过来的．如果变换A可逆，只要把结果$\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}$反变回去就得到$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$．因此，若矩阵$A$有逆矩阵$A^{-1}$，则二元一次方程组 (*) 的解为$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}$.

设$A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$，则$A$为向$x$轴作投影变换，它把直线$x=1$上的所有点变为$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，因此，对于二元一次方程组$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，直线$x=1$上的所有点（向量）都是它的解，即有无穷多组解．而对于y轴上的点（向量）$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$来说，平面上任何一个点在投影变换$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$下都无法变成$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$，即二元一次方程组$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$无解.

这样，通过矩阵的几何意义认识线性方程组，可以使学生直观地认识线性方程组的解的特征：有些线性方程组有唯一解，有些线性方程组有无穷多组解，有些线性方程组无解.

矩阵的特征值和特征向量的代数定义（对于矩阵A，若存在一个非零向量α和非零实数λ，满足$A\alpha=\lambda\alpha$，则称λ为矩阵A的特征值，α为矩阵A的属于特征值λ的特征向量）对于中学生来说更不容易理解．利用矩阵的几何意义可以使其变得直观、易于理解．从几何变换的观点看，矩阵A的特征向量α就是经过A变换后与自己平行的非零向量，矩阵A的特征值就是特征向量经A变换后的伸缩系数．因此，寻找矩阵的特征值与特征向量就显得非常重要.

总之，在矩阵与变换的教学中，要充分揭示和利用矩阵的几何意义，引导学生直观地认识和理解矩阵的意义、运算、性质、应用等.

[参 考 文 献]

[1] 《数学百科全书》编译委员会．数学百科全书（第四卷）[M]．北京：科学出版社，1999.
[2] 漆安慎，杜婵英．普通物理学教程力学[M]．北京：高等教育出版社，1997.
[3] 罗杰斯．物质、运动和力[M]．华新民，庄真译．北京：科学出版社，1984.
[4] 卢刚．线性代数[M]．北京：高等教育出版社，2000.

On the Geometrical Significance and Teaching of Basic Elementary Matrix

LV Shi-hu[1], LI Jun[2]
(1. College of Education, Northwest Normal University, Gansu Lanzhou 730070, China;
2. Shanxi Yongji Middle School, Shanxi Yongji 044500, China)

Abstract: Based on the analysis of the geometrical significance of basic elementary matrixes, the authors put forward some suggestions of teaching of matrixes and transformations in Senior School New mathematics curriculum.
Key words: basic elementary matrix; reflectance transformation; flexion transformation; shear transformation; geometrical significance

[责任编校：陈汉君]

第17卷第1期 数学教育学报 Vol.17, No.1
2008年2月 JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION Feb., 2008

制约青年数学教师教学能力提高的归因分析

王 阳

（江苏省昆山中学，江苏 昆山 215300）

摘要：教师教学能力的强弱是教学效率高低的最主要的决定因素．课堂教学层面制约青年数学教师教学能力提高的原因主要是：教学模式化；教学效仿化；过度强调教学预见性；片面理解课堂教学的双向性；忽视课堂教学的后续性．青年数学教师要注重数学教育理论的学习、研究和内化，加强“交流”、实现“共进”，带着批判的眼光组织“教”和“学”．

关键词：青年数学教师；课堂教学；教学能力

中图分类号：G451.2 文献标识码：A 文章编号：1004-9894（2008）01-0084-03

1 问题的提出

有幸拜读了王光明教授的《数学教学效率论》，感触颇深．王教授对目前的中学数学教育教学深感担忧：“学生和教师在数学的学与教上是十分辛苦的，但获得的数学教育教学效果与他们所付出的辛苦是不成正比的．”[1]著作中明确指出：“高效率数学教学的特征是：注重思维教学、注重数学教学中的理解问题、注重帮助学生构建良好的认知结构．”[1]由此可见，要提高教学效率，在不否定“双主体”的前提下，必须突出教师的主导作用，教师教学能力的强弱是教学效率高低的最主要的决定因素．因此，王光明教授感言：“个别学生的高效率学习可能并非数学教师的功劳，而一个班级的高效率，必然是一位伟大数学教师的杰作．”[1]这就需要广大数学教师不断提高自身的教学能力．

教师教学能力的提高是一个过程，而这一过程的质量、可持续性、最终价值取向必然受到内因（人生观、价值观、数学观、教学观、教育观等）、外因（社会环境、教育教学环境等）的双重影响．令人感到遗憾的是，许多青年数学教师从站上三尺讲台开始就埋头于“题海”，很少（甚至从未）进行过教育教学研究，就连“什么是数学”、“为什么要教数学”、“如何教数学”这些最基本的问题都没思考过．长期进行这种缺少教育教学理论支撑的“解题教学”使青年教师在成长过程中缺少前进的内在动力．同时，我们必须面对这样一个事实：社会对学校办学质量的评价，学校对教师教育教学能力的考核都是纯量化的．这种评价机制扼杀了教育教学的内在价值，忽略了教育教学的远期目标，因而对青年教师的成长、教学能力的提高是极为不利的．撇开错综复杂的外界因素，我们拟从课堂教学层面对制约青年数学教师教学能力提高的原因谈一些拙见，以供数学同仁们商榷．

2 课堂教学中存在的问题及分析

2.1 教学模式化

曹一鸣先生所著的《数学教学模式导论》中对数学教学模式进行了深刻的剖析，创造性地提出了“无模式”教学．“无模式”教学是一种教学境界，强调了教学模式的可变性和适用性，只有依靠良好的数学素养，并通过长时间的教学实践才能逐步形成．许多青年数学教师虽然具有扎实的数学基础知识，但却忽略了数学素养中两大理论支撑：数学教育学、数学教育心理学，以致忽视社会环境、文化背景对学生学习动力源的影响；忽视不同个性心理品质的学生对知识获取的不同教学需求；忽视教师的个性魅力在对学生学习能力提高和人格不断健全过程中的双重作用．我们强调教师要有自己的教学特色，但教学特色与教学模式是完全不同的两个概念．教学特色是在科学的教育教学理念的引领下，不同的教师对课堂的不同驾驭方式、对知识的不同传授方式以及对个性的不同展示、感染方式．教学模式则是教学特色的外在体现．许多青年教师认为形成固定的教学模式就是自己的教学特色，这是错误的．只有根据不同的社会、文化背景，根据学生不同的个性特征，根据学生不同的学习、理解能力，不断地调整教师的教学方法才是有效的．也就是说，教学模式本身就是一个不断调试、整合的动态过程，如果忽略了这一点，青年教师教学能力的提高是令人担忧的！

2.2 教学效仿化

大部分学校都有“师徒结对制度”，这对刚踏上工作岗位的青年教师的成长是极为有利的．通过向老教师、有经验的教师学习教育教学艺术、技巧、方法，可以大大缩短青年教师的成长周期，优化整个学校的师资梯队．尽管制度本身没有问题，但是，如果对制度的理解、贯彻发生了偏差，不仅无法达到预期的目的，反而制约了青年教师的成长．目前的“师徒结对制度”已几乎被弱化为“听课制度”，听课是需要的，可许多数学青年教师却不知道为什么听、如何听、听什么．缺少了正确的目的性导向的大量听课极易导致青年教师教学的机械模仿．听课不是越多越好，而是听完一节课后思考的越多越好；听课不是只听题目的解法，而是听得到解法前的思维过程；听课不是听有没有完成既定的教学任务，而是听如何激发学生的学习兴趣和求“识”欲．许多青年教师还会因为庞大的听课数量（甚至是听一节课上一节

收稿日期：2007-11-24

作者简介：王阳（1974—），男，江苏常州人，理学学士，主要从事数学教育研究．

课）受到学校领导的表扬，这是极具讽刺意味的. 个人教学成为了“模仿秀”，强调思维教学的“脑力劳动”成为了“体力劳动”，教师的个性魅力、人格魅力也就无从谈起，这使我们不得不怀疑，这样的教师是否还能称为教育工作者？或许只是一个“教书匠”罢了！

2.3 过度强调教学预见性

数学教学预见是指教师以特定数学内容为出发点，以优化教学结构、提高教学效率为目的，借助已有的或通过其它方式（听课、查阅资料等）获取的经验，对教学过程作出预判，并进行合理教学预案设计的活动. 我们强调备课的重要性也正是源于教学预见的重要性. 但是，教学实践的复杂性必然导致教学活动的不确定性和不可预测性[2]，这一点在数学学科教学中表现得尤为突出，而青年教师只有在学习和尝试应对并驾驭多变的教学情境的过程中才能不断提高教学能力，能力的提升依赖于“行动中的反思”[2]，因此，优秀的教师不只是重视教学预见，他们更善于捕捉学生多变的思维信息，并及时调整由教学预见所确定的教学预案. 许多青年数学教师过分依赖教学预见，教案成了唯一的、不可改变的课堂教学框架，课堂教学也就必然是师生在一种几乎静态的环境中完成早已被教师列入教学计划的必须完成的教学内容，这样一种教学状态对教师、学生的成长都是有害的，教案只是教学预案的观点必须牢固确立. 我们的青年教师有很多公开教学的机会，这是展示和提高教学能力的良机，如果把公开教学当成“作秀”，这样的公开课不上也罢！公开教学应该是朴实的、本色的，不仅是展示教师对已备内容的讲授能力，更重要的是展示教师对课堂的调控、驾驭能力. 目前，许多的公开教学过分注重形式、过度强调教学预见性，希望广大教育同仁共同关注这一问题，也希望青年教师更新教育观念，逐渐改变这一现状！

2.4 片面理解课堂教学的双向性

课堂是教师贯彻教学思想、实施教学计划、帮助学生构建良好认知结构的主阵地. 作为青年教师会十分重视课堂教学、努力提高课堂教学效率，这一点毋庸置疑. 但往往因为对课堂教学的双向性（教学互动）的理解和实施发生了偏差而未能使课堂效率得到有效的提高. 主要存在两大误区：其一，“形式教学双向性”充斥教学实践活动. 许多公开教学、观摩课是充斥“形式教学双向性”的典型代表，几乎所有的学生活动、讨论、互动都是事先安排好的，也就是说完全是教师意志的体现，由于青年教师缺乏经验，即使学生有独到的见解也很可能被无情“封杀”. 教学一线的老师对课堂教学作了大量的研究：如何引入、如何选题、如何讲解、如何反馈等，但这些仍是由教师的思维所决定，我们应该创造机会让学生选题、发问，教师讲解（甚至可以是无准备的），充分展示教师的思维进程，通过这种方式来实现师生的共进. 其二，把教学双向性简单理解为“教学问答”. 我们强调课堂教学互动，但如果只是简单的教师“问”、学生“答”，甚至提问成为了规范课堂秩序的工具，那么，看似“热闹”的课堂教学其实是在扼杀学生潜在的思维活动. 教学互动的本质是师生间的思维互动，提问只是为了暴露部分学生思维进程和结果而采取的一种教学方式，绝不能简单的把教学过程中提问学生的次数作为衡量教学互动效果的标准，只有在让教师鲜活的思想在教学中流淌[3]，并与学生的思想产生理性的碰撞才能体现教学互动的价值.

2.5 忽视课堂教学的后续性

课堂教学的后续性包括学生学之后续、教师教之后续两个层面. 数学有效教学的重要指标对学生而言，是学生的数学学习能否从一个问题迁移到另一个问题，从一个情境迁移到另一个情境，从学校课堂迁移到社会生活中[4]；对教师而言，是教师能否及时掌握学生的反馈信息，正确评价学生学习的有效性，并以此作为更新教学理念、优化教学资源、改进教学方法的重要依据，从而进一步促进学生学习的有效性. 可见，课堂教学作为数学教学的一个组成部分远不能承载数学教学的强大生命力，我们的青年教师只有清楚地认识到课堂教学后续性对推动整个数学教学过程所起的巨大作用，才有可能对其引起足够的重视. 目前，面对升学的压力，青年教师们总会因为急着想把自己知道的都“灌”给学生而觉得教学时间不够用，课堂上学生的学习情况难以及时反馈，而后虽花费大量的时间和精力却只能从课后练习中得到教学成效的局部的、片面的反馈信息. 这样的做法存在着许多问题：其一，得到了学生形成性知识掌握情况的反馈信息，却很少能得到学生知识迁移能力的评价. 其二，教师耗费的时间只能换来对所学知识的后续性巩固，而对学生学习能力的提高帮助不大. 其三，对学生学习有效性评价的缺失使教师无法最大限度地发现教学中存在的问题，从而影响了教师教学能力的提高. 因此，我们要了解课堂教学的后续性的重要性，还要明确，学生对基本知识掌握情况的信息反馈应尽量在课堂上完成，课堂教学后续性的研究应侧重于学生的知识迁移能力和教师的教学能力.

3 几点思考与建议

3.1 注重数学教育理论的学习及研究和内化

数学教育理论是对数学教育实践活动进行理性思考的产物，是对数学教育现象及其矛盾运动能动反映所形成的具有层次性的、可以指导数学教育实践的观念体系[5]，而促进教师教学能力的提高的数学教育理论来源于个体的经验积累和现存的理论体系两个层面，具体的能力发展模式是：学习借鉴、经验积累→感知内化、形成理论→指导实践→经验再积累（修正）→……，青年教师特别重视经验的积累（特别是解题技巧），这是需要的，也是必要的，但仅有这种经验的“原始积累”是远远不够的. 必须要注意以下几个问题：(1) 除了解题的经验积累，需更多的关注教育教学方法的经验积累；(2) 要学习已有的教育理论，并与自己在大量经验积累基础上形成的个性化的教育理论进行整合，从而达到有

效指导教学工作的目的；（3）要学会在实践中检验教育理论，并做出正确的分析、评价，从而进一步修正、优化已有理论体系，并将其内化为教师真正的“自我认识”.

3.2 加强“交流”实现“共进”

我们所谈的“交流”除了情感沟通和表达见解之外，还必须具有明确的目的性和指向性．作为青年数学教师，如果把提高数学教学能力作为目的，那么就必须把一切有利于达成这一目的群体作为交流的对象．同时，必须对两个问题有清晰的认识：其一，“交流”的机会不是等来的，而是靠自己去争取和把握的；其二，哪些群体可作为“交流”的对象，不同的对象该采取如何不同的交流方式．事实上，可“交流”群体是一个复杂而又庞大的系统，“交流”的方式是一种技巧和艺术，很值得教育工作者们作全面、深入的研究，在此我们仅简单的谈几点建议：（1）抱着学习的心态与专家教师、教授、学者进行交流，用掌握的先进教育理念指导自己的教学工作；（2）以学习、探讨、研究为目的，加强与同学科组教师的交流（教研组活动、听课等都属于这一范畴）；（3）重视以学习、借鉴为目的的跨学科交流（例如，数学与理、化、生等学科在知识上的相通性．语文学科中的语言艺术、政治学科中的辩证思想等，都对数学教学有很大的帮助）．（4）加强建立在指导、反馈基础上的师生交流．

3.3 带着批判的眼光组织“教”和“学”

教师教学能力的提高依赖于正确的教学理念及其在教学实践中的贯彻程度，我们可以称之为理念与实践的和谐度．从元认知角度来看，许多青年数学教师因缺乏对教学理念形成过程中的阶段性总结与合理性评价的能力而出现了教学的盲目性和随意性等问题．因此，青年教师必须用辩证的思想、批判的眼光来进行“教”与“学”的活动．具体的说就是：（1）教师、学生、教学内容是课堂教学的三要素，而教师应该处于核心地位．教师可以针对不同的学生群体、教学内容采用不同的教学方式（讲解式、探求式、讨论式、答疑式等）或对教材的内容编排甚至内容本身作适当的调整或修改，形成贯彻个人数学思想的个性化教学；（2）我们提倡青年教师通过“交流”的学习方式获取有益的教学理论与教学经验，但获取的理论、经验只是他人的，必须根据自身的教学实际选择性地借鉴，并通过教学实践来加以检验，因此，我们一直反对因大量听课而导致的“模式化”、“效仿化”教学．数学功底越好的教师，它们越容易接受“数学是可错的、是人发明的”这样的观点，也越善于反思和改进自身的教学[6]．真心希望这样的观点对青年教师有所启迪！

[参 考 文 献]

[1] 王光明．数学教学效率论（理论篇）[M]．天津：新蕾出版社，2006.
[2] 黄荣金，陈月兰，赵小平．专家教师评数学课[J]．数学教育学报，2005，14（2）：52.
[3] 黄晓学．让鲜活的思想在数学课堂中流淌[J]．数学教育学报，2005，14（1）：16.
[4] 涂荣豹．数学学习与数学迁移[J]．数学教育学报，2006，15（4）：1-5.
[5] 李祎．应重视和加强数学教育理论研究[J]．数学教育学报，2006，15（1）：32.
[6] 黄兴丰，李士锜．数学课堂：教师的观念与实践[J]．数学教育学报，2006，15（3）：38.

Thinking and Analysis of the Reasons of What Limit the Improvement of Teaching Ability among Young Math's Teachers

WANG Yang
(Kunshan Middle School, Jiangsu Kunshan 215300, China)

Abstract: Efficiency of teaching basically depended on the ability of teaching. However, too much emphasis on mode, imitation, and prediction while unbalanced understanding of the two-way characteristic of teaching and neglection of the continuity of teaching in and after class were the main reasons for the limit to quick improvement of teaching ability among young math's teachers. In fact, young math's teachers should pay attention to the study of theories, and how to understand them thoroughly and use them freely and effectively. Besides, young teachers should also strengthen communication with colleagues as to achieve the common aim of making progress together. What's more, they should always be critical when organizing their teaching.

Key words: young math's teachers; teaching in the class; teaching ability

[责任编校：周学智]

多媒体技术与数学“情境—问题”教学

吴　华，马东艳
（辽宁师范大学，辽宁 大连　116029）

摘要：如何将现代教育技术与“情境—问题”教学结合起来是摆在我们面前的重要课题，为此可以从以下几方面进行尝试：创设合作实验情境、动态变化情境、空间想象情境、游戏扮演情境，以促使学生通过主动的心理建构活动，获得真实反映客观规律的认知结构，形成有效解决问题的认知能力.

关键词：多媒体技术；情境—问题；数学教学
中图分类号：G434　**文献标识码**：A　**文章编号**：1004-9894（2008）01-0087-04

1　问题的提出

1.1　情境认知理论与数学情境的创设

情境认知（situated cognition）是当代西方学习理论继行为主义“刺激—反应”学习理论与认知心理学的“信息加工”学习理论后的又一个重要的研究取向[1]. 其代表人物布朗、科林斯与杜基德（Brown、Collins & Duguid，1989）认为：知识是具有情境性的，知识是活动、背景和文化产品的一部分，知识正是在活动中，在其丰富的情境中，在文化中不断被运用和发展着. 学生的学习实际上就是借助学习情境的帮助，实现对知识的建构.

数学情境是产生数学概念，提出和解决数学问题的背景和条件. 创设数学情境，就是呈现给学生刺激性数学信息，引起学生学习数学的兴趣，激发学生的好奇心、发现欲，产生认知冲突，诱发质疑猜想，从而使其发现数学问题和解决数学问题. 因此，创设数学情境是学习者实现意义建构的必要前提，是整个教学设计中重要而有意义的一个组成环节.

1.2　“情境—问题”教学实践与探索

中小学“数学情境与提出问题”教学，简称“情境—问题”教学，是吕传汉和汪秉彝先生在贵州地区主持开展的教学实验. 该实验认为，中小学生的数学学习，应是在教师指导下，从熟悉或感兴趣的数学情境出发，通过主动探究、提出问题、研究和解决问题等活动来获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的数学知识、数学思想方法和应用数学的技能，发展勇于探索、勇于创新的精神[2-3]. 实验发起以来，已经取得了一系列丰硕的果实.

“情境—问题”数学教学模式十分重视数学情境的创设，而作为现代教育技术之一的多媒体技术的应用为创设数学情境提供了一系列的有利条件. 吕传汉和汪秉彝先生在“情境—问题”数学学习的导学原则中也明确指出：“现代教育技术是学生学习数学和解决问题强有力的工具，致力于改变学生的学习方式；充分利用多媒体技术创设直观、生动的问题情境，激发学生学习兴趣，使之乐意投入到现实的、探索性的数学活动中去.”[3]

本文拟将目光聚焦于现代教育技术，将多媒体技术与“情境—问题”教学结合起来，创设出一系列丰富多彩的数学情境.

1.3　多媒体技术与数学情境的创设

美国心理学家布鲁纳认为：“在学校教育教学中，所有教学计划在很大程度上将依赖于为达到教学目标而采用的教学媒体.”我们从听觉获得的知识能够记忆15%；从视觉获得的知识能够记忆25%；如果同时使用这两种传递知识的方式，就能接受65%的知识.

利用多媒体技术，教师在对数学教学内容进行分析、提取、重组和综合的基础上，创设丰富的数学教学情境. 以计算机为中心采用多种信息传输手段，利用视、听两种传递方式，展现形象生动的画面、声像同步的情境，充分调动学生的多种感官，将数学内容中本质的、重要的信息多方位、多层次、多角度的凸显出来，引导学生自己发现和探索，使学生在观察、理解、认识的基础上获取数学知识，掌握事物的本质. 多媒体技术为创设数学情境提供了强有力的技术支持，为学生的创新意识和探索精神的培养提供了良好的环境，从而确保数学课堂教学的优化.

2　基于多媒体技术的“情境—问题”教学探讨

2001年和2003年我国分别颁布的《全日制义务教育数学课程标准（试验稿）》和《普通高中数学课程标准（实验）》倡导学生的数学学习内容的呈现应采用不同表达形式以满足多样化的学习要求，教师要从学生的生活经验出发，创设情境，为学生提供从事数学活动的机会.

本文在新课标的倡导下，以情境认知理论、“情境—问题”理论和多媒体技术理论为基础，对利用多媒体技术开展“情境—问题”教学作了如下探索：

2.1　创设合作实验情境　培养学生的探究意识

静态的数学观导致传统的数学学习是一个掌握固定程序知识的过程，是由教师领导的一个固定的模式完成的过

收稿日期：2007-10-24
基金项目：辽宁省教育厅科学技术研究项目——数学思想传承研究（20060481）
作者简介：吴华（1964—），女，辽宁沈阳人，副教授，硕士生导师，主要从事数学课程与数学论研究.

程，学习的焦点往往集中在“怎么做”而不是“为什么要这样做”．很多时候学生是在花费大量的时间“听”和“观看别人”做数学．对多数学生而言，数学的发现探索活动没有真正开展起来．

吕传汉和汪秉彝先生指出创设数学情境要具有“探究性原则：情境材料或活动应富有探究性，利于激发学生的问题意识与探究动机．发展性原则：情境材料或活动在内容与问题信息量上应有较大的发展空间，利于学生探究、思考”[5]．教师可以针对数学教学内容，经过精心地教学设计，利用多媒体技术，创设合作实验情境．学生们在小组中共用一台计算机，结合已有经验，突破时间、场地和实验条件的多种限制，利用计算机开展数学合作实验活动，以发展自身的合作意识和实验探索的终身学习能力及创造性思维．

例如教师利用软件《几何画板》指导学生在实验合作的情境里探索蝴蝶定理：圆 O 中的弦 AB 的中点 M，任作两弦 CD、EF，弦 CE 与 DF 分别交 AB 于 P、Q，则点 M 为 PQ 之中点．

（1）创设情境，提出问题．

在教学过程中，教师利用几何画板软件制作的蝴蝶定理动画，为学生展示在圆中翩翩飞舞的美丽蝴蝶（如图 1a、1b、1c）．即而给出定理条件，让学生猜测可能存在的结论有哪些．

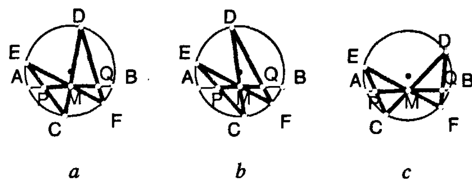


图1　蝴蝶定理动画（一）

学生们对蝴蝶定理顿时产生了强烈的好奇心和极大的兴趣，整个课堂气氛立刻活跃起来，有很多同学产生了挑战的想法．

（2）推理猜测，动手实验．

通过学生的初步观察和分析，得出了很多结论，如：$\triangle EMC \backsim \triangle DMF$、$\dfrac{S_{\triangle EMC}}{S_{\triangle DMF}}=\dfrac{EM^2}{DM^2}$、$MP=MQ$、$AP=BQ$．教师和同学们利用圆中相交弦定理和圆周角性质对前两种结论进行口头证明，然后结合后两种猜测给出蝴蝶定理的结论．

有部分同学对定理结论产生了怀疑，他们认为等式之所以存在是由弦 CD、EF 位置特殊造成的．教师请产生疑问的学生代表通过鼠标，任意拖动圆内 C、D、E、F 点，改变两弦的位置，度量 PM 与 PQ 的长度．学生们仔细观察屏幕上的图形变化，发现随着4点位置的改变，PM 与 PQ 的长度始终保持着相等的关系．

（3）合作探索，开放创新．

课堂中最重要的是埋下一颗探索、创造的种子．教师启发学生再一次对图形进行仔细观察，想一想蝴蝶只能在一个圆中翩翩起舞么，大家分组动手做做看，改变或弱化定理的条件，结论能否成立呢？

学生们在计算机上利用几何画板，通过点、线、圆构造的几何图形，经过种种尝试和观察、测量、验证，来完成自己的创新．经过学生们的自主探索，共同讨论，得出了蝴蝶定理在如下条件中的拓展延伸和一系列新颖美妙的图形：

（A）圆变筝形（如图 2a）；

（B）圆变椭圆（如图 2b）；

（C）圆变双曲线（如图 2c）．

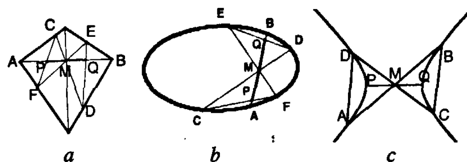


图2　蝴蝶定理动画（二）

（D）圆变抛物线（如图 3a）；

（E）一圆变两圆，一蝶变两蝶（如图 3b）；

（F）蝶飞出圆（如图 3c）．

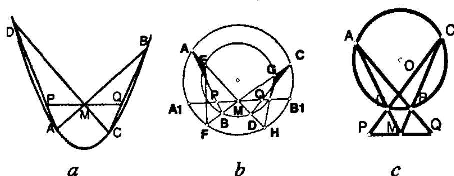


图3　蝴蝶定理动画（三）

基于以上对蝴蝶定理结论开放和条件开放的实践探索后，师生共同总结出较为完善的蝴蝶定理．蝴蝶定理不光在圆中成立，在多圆、椭圆、抛物线、双曲线等几何图形中仍然成立．学生们还同时感到：数学真的很奇妙．自己利用计算机实践探索得到的结论不再是抽象、枯燥、乏味的结论．自己发现结论是快乐的．

以上案例是用多媒体技术，根据教学内容，为学生创设一个模拟的数学环境，在这个数学合作实验情境中，学生在教师的指导下，可以充分按照自己的意图，去改变模拟环境中的数学条件，观察不同条件产生的结果，从中去发现问题、总结规律、验证自己的各种猜想的数学教学活动．

这一教学过程的模式如图4所示．

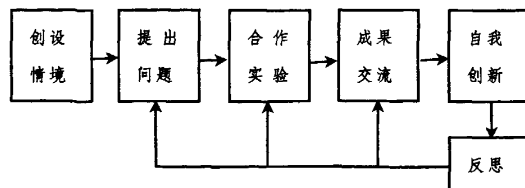


图4　模拟实验情境教学模式

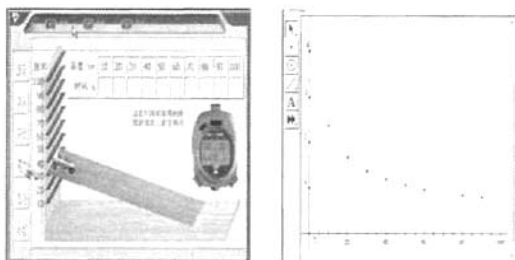
2.2　创设主题运动情境　培养学生运动观

传统教学中，由于受到教学媒体的限制，大部分知识只

能由教师静态地传授给学生，不利于学生的理解和记忆．“粉笔+黑板”的教学手段，是难以进行“动态处理”的，导致学生难以形成良好的运动观．

感知是认知的起点，也是任何心理活动的基础．运用多媒体技术，教师可以围绕某一数学主题，为学生创设主题运动情境，将“形”与“数”有机结合起来，将知识进行动态处理，把运动和变化的数学问题展现在学生面前．合理地运用主题运动，对丰富学习者的数学动态感知具有特别的作用．因为它能表现出一些孤立单体之间的相互联系、变化和运动的过程，从而丰富学生的感知，培养学生的运动观．

例如初一教材中“变量之间的关系”是整个初中函数教学的起点内容．其研究对象是动态的，但描述研究对象的文字和语言都是静态的．传统教学解决此矛盾的方法是“断面化手法”[4]：即把运动和变化的过程用“任意取定”来实现“定格”，成为静止的“瞬间”画面，然后进行刻画．经验表明，学生只能记住一些具体函数图形与性质的现成结论，而对函数概念中所蕴含的变量与变量之间依赖关系的思想缺乏充分的认识．升入高中后，有很多学生仍然停留在用静止的眼光看待函数，机械记忆函数概念的阶段，对抽象严谨、高度形式化的数学语言感到难于理解．教师可通过 Z+Z 平台展示“小车下滑的时间”、“温度的变化”、“速度的变化”等主题运动课件．（见图 5*a*、5*b* 等）



（*a*）小车下滑时间　　　　（*b*）圆锥曲线

图5　课件展示

这些主题动画为学生展示一个个动态变化的情境，使学生“看”到了运动变化的过程，“看”到了其中变量与常量、自变量和因变量及它们之间存在的依赖关系，进一步掌握如何用列表和图像的方法精确刻画变量之间的关系，揭示运动背后所隐含的变化规律，有效满足了“变量之间的关系”这部分内容的教学要求，其效果是文字教材和语言描述无法达到的．

这一教学过程的模式如图 6：

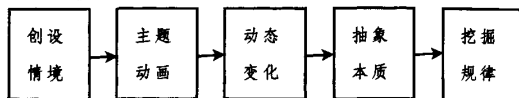


图6　运动变化情境教学模式图

2.3　创建三维空间情境　培养学生的空间智能

空间智能是在头脑中形成一个外部三维空间世界的模式，并能够运用这个模式进行思维的能力[5]．培养学生的空间智能是中学数学教学的重要目的之一．但是由于受到传统媒体的限制，仅靠课堂的一块黑板、一支粉笔、一张教学挂图，教师很难通过讲解在学生头脑中建立空间模型．

多媒体技术优化了数学知识的呈现方式，教师可以通过计算机平台提供的多元联系的呈现方式展示直观图引导学生观察分析，再逐步进行抽象，为学生创建空间想象的情境，培养其空间智能．教学中运用“超级画板”，可以在计算机屏幕上做出立体的几何图形，通过用鼠标拖动或用参数的变化驱动图形中的某些对象，在变化和运动中多方位、多层次地观察几何图形，可以变抽象为具体，变复杂为简单，变隐形为显形，从而达到拓宽思维角度，化解教学难点，突出教学重点的目的．

教学立体几何的截面问题一直是教学中的一大难点，学生对截得的平面图画感到抽象、难懂．应用计算机将一些过程进行动态化直观演示，让学生直观、具体地看到截面的形成过程．CAI 课件可展现从不同位置截圆锥体所得到的不同截面．

在这种情境下，计算机屏幕呈现的“立体图形”已经是脱离了实物的平面图形，但又给人以空间感，学生不知不觉地从屏幕的平面图想象出空间中的真实图景，实现了从二维图形到三维图形的转换．学生能加深对有关空间图形的认识，知觉外在和内在的图像，丰富其空间想象能力，发展学生的空间智能．这种丰富的情境仅靠传统的教学手段是根本无法创设的．这一教学过程的模式如图 7：

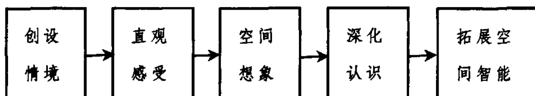


图7　空间想象情境教学模式

2.4　创设游戏互动情境　促进数学知识的迁移

心理学家弗洛伊德指出：游戏是由愉快原则促动的，它是满足的源泉．在传统的数学课堂中，学生常感到数学学习枯燥、无趣，有严重的厌学情绪．而数学游戏融知识性、趣味性于一体，是一种极好的益智活动，深受学生喜爱．吕传汉和汪秉彝先生也曾指出创设数学情境要具有趣味性原则，即“情境材料或活动要形象生动、形式新颖、富有吸引力和挑战性，使学生感兴趣”[6]．所以教师可以利用多媒体技术导入游戏扮演情境，使学生像游戏中的角色扮演一样，按照游戏中人物的指示做，展开互动活动，由回答问题来推动故事情节的发展，以激发学生的学习兴趣，促使学生把已学到的经验推广应用到其它在内容和难度上类似的情境中．

日本等国家已经开发出好几种应用这种方式学习的软件，被称为 Edutianment（游戏或娱教）[7]．贾斯珀项目（Jasper Program）是美国温特贝尔大学认知与技术小组开展的学习案例研究．

该系列共包括 12 个基于光盘的历险故事，它们分属于

4种内容类别（如表1所示）：

表1 贾斯珀问题解决系列

类别	12段历险经历		
复杂的旅行计划制定	雪松河之旅	玻恩牧场营救任务	争取选票
统计学与商业策划	巨大轰动	跨越断层	一个重要设想
几何	成功蓝图	直角	大圆圈比赛
代数	聪明地工作	科米的赛车	将军的失踪

这些故事以录像的形式真实展现，利用了多媒体技术的优势和交互技术，为学生提供了将数学知识和其它学科知识整合的情境，使学生身临其境，帮助学生整合数学概念，在相互讨论中解决问题和习得知识．

学生在游戏软件提供的轻松、愉快而又紧张激烈的氛围内，通过角色扮演交流互动．他们不是被动地接受信息，而是积极地参与到游戏中来，利用其原有的认知结构中的有关知识和经验，去同化当前学习到的新知识，赋予新知识以某种意义——这对数学知识的迁移是一个重要的过程．学生通过游戏提供的情境获得生活经验，通过完成游戏中的任务提高利用数学知识来解决生活实际问题的能力．这大大激发了学生的学习兴趣并培养了其自主探索的精神．此教学过程的模式如图8．

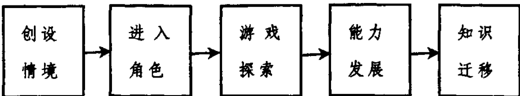


图8 游戏扮演情境教学模式

3 结束语

利用多媒体技术开展“情境—问题”教学活动的过程中，教师要根据教学内容和学生的具体情况，从数学教育的需求出发，结合多媒体技术的特点对情境的创设进行深入地思考，设置的数学教学情境既要紧扣教学目标、适合学生的认知水平，又要使情境中隐含的数学知识处于学生的最近发展区．教师在设计时还要以生动直观的形式来表征丰富的数学信息，并保证学生能够亲身参与数学活动或数学试验，才会创设出好的情境，促进学生的数学学习能力发展．

对于利用多媒体技术在数学教学中开展“情境—问题”教学活动，我们在实践中还要不断进行检验、修正，探索如何更好地实现人机交互，获取最佳的教学效果；如何创设情境满足各层次学生的需要等一系列问题．多媒体技术的不断发展给数学教育带来了新的发展契机，对于教师来说，大胆实践，不断探索，不断修正，可以开展出优质高效的“情境—问题”教学活动．

[参 考 文 献]

[1] 王文静．情境认知与学习理论研究述评[J]．全球教育展望，2002，31（1）：51.
[2] 吕传汉，汪秉彝．再论中小学“数学情境与提出问题”的数学学习[J]．数学教育学报，2002，11（4）：75.
[3] 吕传汉，汪秉彝．论中小学“数学情境与提出问题”的数学学习[J]．数学教育学报，2001，10（4）：12.
[4] 张晓丹．主题数学动画的教学价值[J]．数学教育学报，2006，15（3）：90.
[5] 吴志宏．多元智能：理论、方法与实践[M]．上海：上海教育出版社，2003.
[6] 吕传汉，汪秉彝．中小学教学的一种基本教学模式[J]．贵州师范大学学报，2005，（1）：87.
[7] 赤堀侃司．教学媒体在课程学习中的活用[J]．中国电化教育，2006，（5）：11.

Multi-media Technique and the “Situated Problem Based Instruction” Teaching

WU Hua, MA Dong-yan
(Department of Mathematics, Liaoning Normal University, Liaoning Dalian 116029, China)

Abstract: “Situated problem based instruction” was a mathematics teaching experiment being spread over the Guizhou area. It had started for several years and already obtains a series fruit. This text which focused on the modern education technique planed to put the multi-media technique and the SPBI teaching together, and tried to establish the experiment cooperation situation, dynamic state situation, space imagination situation, game acting situation which urged the students to get the cognition structure to reflect the true objective though the active of mental state construction and became the ability of solving problem effectively.

Key words: multi-media technique; situated problem based instruction; mathematics teaching

[责任编校：周学智]

第17卷第1期 数学教育学报 Vol.17, No.1
2008年2月 JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION Feb., 2008

对数学教学中有效运用信息技术的思考

温建红，涂荣豹

（南京师范大学 数学与计算机科学学院，江苏 南京 210097）

摘要：数学教学中有效运用信息技术，既要着眼于增加课堂的生动性，又要注重对学生数学思维深刻性的培养．运用信息技术时应关注：创设情境，重在促进数学探究；问题解决，重在抓住数学本质；数学史，重在感悟数学思想方法；数学美，重在揭示丰富内涵，促进学生对数学本质的认识和数学思想方法的感悟．

关键词：信息技术；数学教学；有效

中图分类号：G434 **文献标识码**：A **文章编号**：1004-9894（2008）01-0091-04

随着信息技术的快速发展及其与数学课程整合的不断深入，信息技术在数学教学中的运用也越来越广泛．信息技术运用于数学教学：一方面，要通过信息技术创造的环境，改变数学教学中教师讲、学生被动听的局面，给学生自主探究、合作交流创造条件，使数学教学更加生动活泼；另一方面，在信息技术的支撑下，使数学知识与其它知识融通起来，让学生深刻体会数学的作用与价值，感悟数学的真谛，真正经历数学化的过程，共享学习收获，从中真切地感受数学的优美、力量、统一性[1]．然而，从大量的课堂观察和对课堂录像分析看到，教师在运用信息技术过程中，更多的是着眼于前者，对后者并不是很重视．如有些教师运用信息技术，依然停留在“电子小黑板”的层面，过分追求课件演示的“自动化”和色彩、图片的生动绚烂．

数学是思维的科学[2]，数学教学的核心是培养学生的思维．因此，信息技术有效运用于数学教学，应着眼于对学生数学思维品质的培养，尤其是数学思维深刻性的培养．将信息技术运用于数学教学的目的是使学生在分析和解决数学问题过程中，能借助信息技术更好地认识和把握问题的实质及其相互关系，从特殊中探索出一般规律，或对已有结果进行变换、推广，从而真正领会数学的精神、思想方法．

雅斯贝尔斯说：“技术在本质上是既非善的，也非恶的，而是既可以用以为善，又可以用以为恶，只有人才能赋予技术以意义．”[3]因此，数学教学中要能有效地运用信息技术，加强对学生数学思维深刻性的培养，教师除了要加强信息技术知识的学习外，还要树立“教与学对应和教与数学对应”的观念[4]．教师有了“教与学对应”的观念，才会把自己的“教”建立在学生“学”的基础上，也才会通过信息技术，去更好地促进学生思维的发展和认识力的提高，为学生的全面发展和可持续发展做出贡献．否则，信息技术充当的仍可能只是教师如何向学生更好灌输的工具，无法发展学生积极主动的学习态度．同时，教师有了“教与数学对应”的观念，才能强烈地意识到数学教学是以数学知识为载体的教学，数学的特殊性决定了其独有的教育价值，在运用信息技术的时候，才能基于开阔的数学视野，从促进学生对数学本质的认识和数学思想方法的感悟出发，培养学生思维的广度和深度．否则，即便是运用了信息技术，学生对数学的认识和理解却仍然会停留在较浅的层面．

下面从数学教学过程中创设情境、问题解决、数学史以及数学美几方面，探讨数学教学中如何有效运用信息技术，以促进学生对数学本质的认识和数学思想方法的感悟，发展数学思维的深刻性．

1 创设情境重在促进数学探究

数学课堂教学情境是教师为了使学生更好地理解抽象的数学知识、发展学生的数学思维能力，借助教学内容的背景材料以及知识本身的可塑性，有目的地创设的数学教学环境．它对调动学生的求知欲望，引发探究动机，促进知识的保持和迁移都有很好的作用[5]．特别是，在数学教学中要培养学生的创新思维、探究能力，更离不开教学情境的创设．其中，运用信息技术来创设各种鲜活生动的情境，在数学教学中比较普遍．

在一节讲“余弦定理”的公开课上，教师一开始就让学生看大屏幕，并问学生：“大屏幕上这幅图中的地方大家见过吗？”学生齐声回答：“见过，云南石林．”老师接着问“云南石林非常美，有同学去过吗？”下面的学生有回答去的，也有回答没去过的，也有说自己哪年跟谁去的．就在学生说得很热闹时，教师开始进入正题，“下面大家看这个问题，现有皮尺和经纬仪（用于测角），要测量该山体两底侧 A、B 两点间的距离，请大家思考如何解决．”老师又问：“A、B 两点是在地面上，从 A 点能看到 B 点吗？”学生回答：“不能．”此时我们才明白，原来教师给出美丽的石林图片，只是想说明，山挡住了两个点，无法测量它们之间的距离．

应该说，作为一名高中学生，没有关于石林的图片，仅凭问题中的示意图，他们并不难想象“两点被山挡住”的涵义．而当教师呈现出石林的图片后，学生的兴奋点反而转移到关于石林的话题中去了．这里教师运用信息技术呈现丰富生动的图片，试图引发学生的学习兴趣，如果姑且把这看作一个问题情境的话，也看不出它与要解决的问题之间有多少实质性的联系．这样的情境对促进学生学习和理解数学知识非但没有多大帮助，反而给后面的学习造成干扰．

在下面这节课上，同样是运用信息技术，看到的情境却大不相同．

收稿日期：2007-11-19

作者简介：温建红（1974—），男，甘肃泾川人，西北师范大学教育学院讲师，南京师范大学数学与计算机科学学院博士生，主要从事数学课程与教学论研究．

问题1[6]：半径为3 m的水轮（如图1所示），水轮圆心距离水面2 m，已知水轮每分钟转4圈，如果当水轮上P点从水中浮现时（图中P_0点）开始计算时间．

（1）求P点相对于水面的高度z（m）与时间t（s）之间的函数关系式．

（2）P点第一次达到最高点大约要多长时间？

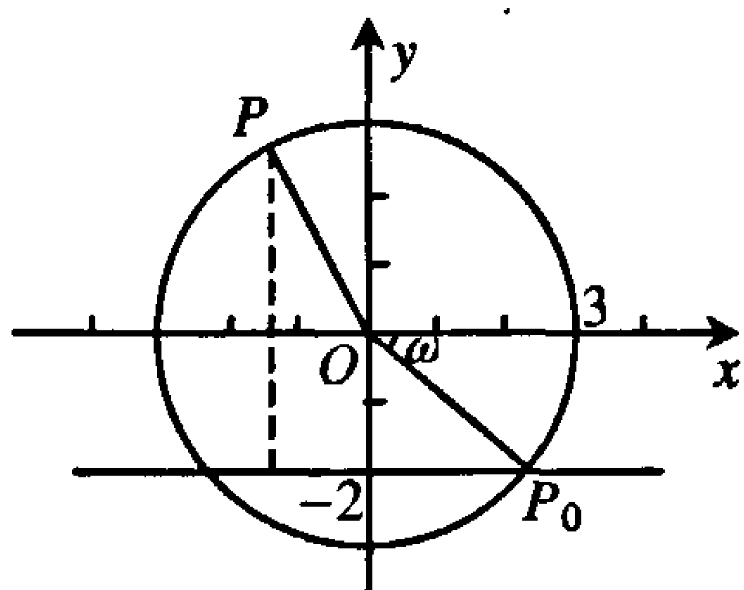


图1 水轮示意图

这是一个应用性问题，学生需要经历一个简单的数学建模过程．我们看到，教师带领学生看完题后，鼠标轻轻一点，大屏幕上的水轮转起来了！原来教师把水轮的旋转作成动画，创设了一个生动而形象的情境．教师通过反复演示，让学生仔细观察，找出题目中要求的量与哪些因素有联系．从课堂学生反应来看，仅仅这一"动"，很快引起了学生的探究兴趣，并在教师的启发引导下，找到了函数关系式，使问题成功解决．

这里，教师并没有花力气去寻找多么漂亮的水轮图片，也不是把原来书上有的图形原封不动的搬上去，而是重点考虑如何运用信息技术，让题目中静止的水轮动起来，以此引发学生的探究欲望，帮助学生对问题的理解，促进学生更好地探究．从课堂反应来看，收到了很好的效果．

运用信息技术创设情境，不是简单的根据数学问题增添一个生活化的情境，而是"要建立能揭示知识的起源、形成的经过及其发展逻辑的问题情境"[7]．因此，教师在运用信息技术创设情境时，要尽可能减少一些干扰元素，增加能突出数学本质的东西，以促进学生数学探究．

2 问题解决重在抓住数学本质

问题解决是数学教学的重点，尤其是解题教学，历来受到教师的重视．在解题教学时，如果运用信息技术只是为节省时间而起一个呈现题目或画图的作用，那本质上，与不运用它直接在黑板上画图解决没什么两样．信息技术在图形变换、动画等方面有很大的优势，教师如果能充分利用这一点，在解题教学过程中，让问题中某些变量动起来，或者对问题进行变式，将会使学生触及到问题的本质，在问题获得解决的同时，体会出数学蕴含的精神、思想和方法．

问题2：如图2，E是边长为1的正方形$ABCD$的对角线BD上的一点，且$BE=BC$，P为CE上任意一点，$PQ\perp BC$于点Q，$PR\perp BE$于点R，则$PR+PQ=$______．

我们看到，在解这道题时，教师运用电脑把题目中的图形准确地"画"在大屏幕上，并给线条"涂"上各种不同的颜色，接着就开始在黑板上解题．显然，教师在这里运用信息技术，就是用它把问题呈现出来而已，至于对解题思路和方法的探究，问题的延伸拓展方面，并没有起什么作用．

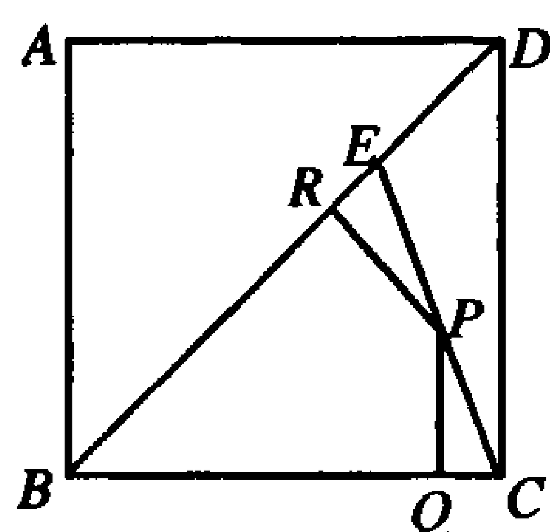


图2 正方形

如果教师能敏锐地捕捉到题目中"点P为CE上任意一点"，那意味着点P可以在CE上自由运动，能不能运用信息技术让点P在CE上动起来呢？这一点实现起来并不困难，可是对学生而言，动与不动的感受截然不同．当点P运动到一个特殊位置，即与点E或点C重合，$PR+PQ$是一个定值，问题的结论变得非常显然．这时，也无需教师过多地强调，"从极端出发"、"从特殊点入手"考虑问题，这些重要的数学思想方法已经深深地印在学生脑海里了．

如果这个问题解完就此打住，实在可惜！让$\triangle BCE$动一下，从原图中"抽"出来会是什么情形呢？把$\triangle BCE$"拖"出来，就得到图3，如果再让它顺时针旋转"立起来"，就会得到图4．此时，一个很好的结论就在眼前：等腰三角形底边上任意一点到两腰的距离之和是定值．有了这个猜想，如果教师再提出让学生写出对这个问题严格的数学证明，学生可能会更有兴趣．

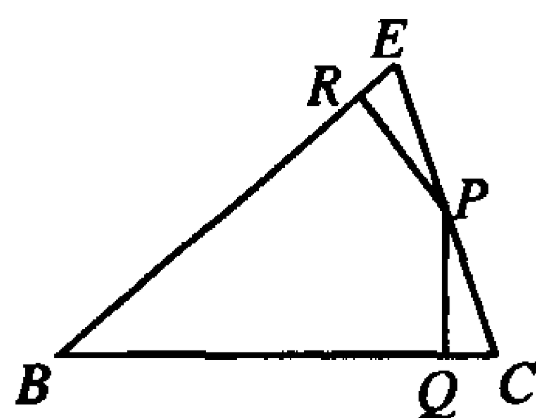


图3 三角形（一）

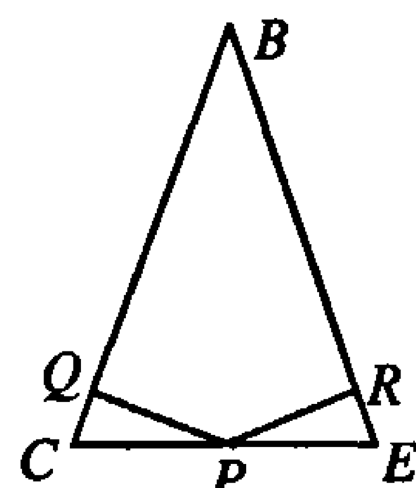


图4 三角形（二）

问题3：从一点P向正三角形各边所引的垂线长之和为一常数．

问题中点P的位置不明确，需要分类讨论．如果有过上面问题解决的经验，从特殊位置出发，把点P置在一条边上，问题立刻转化成前面（图4）的问题．如果点P在三角形内部运动（图5），点P运动到特殊点即三角形的任一顶点时，其和为定值，而且就是正三角形的高．

当点P运动到三角形外会出现什么情形呢？可以引导学生继续观察探索．

正三角形有这样的结论．用正方形取代上题中的三角形，又会产生什么样的结论呢？如图6，如果点P是正方形内一点，当点P运动到特殊位置时，很容易发现点P到各边距离之和为定值，且是边长的2倍[8]．

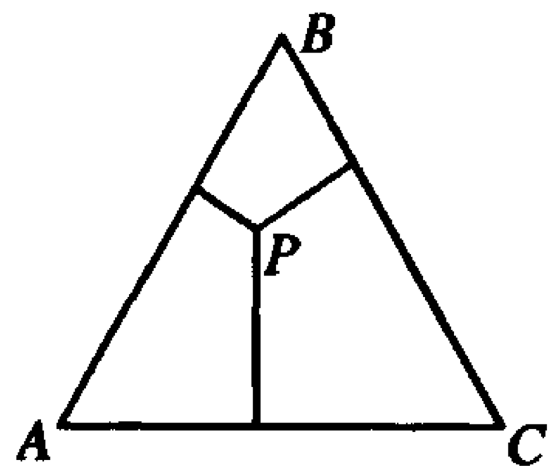


图5 正三角形

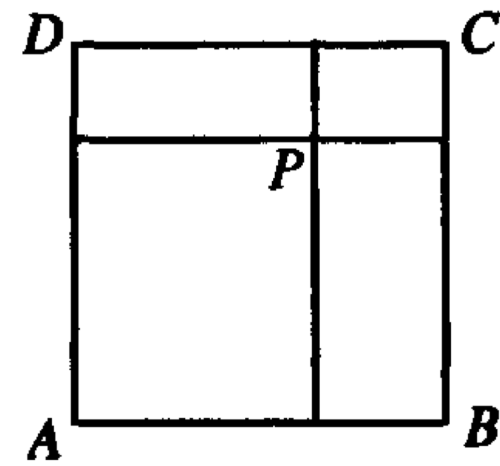


图6 正方形内一点

从一个简单的问题到获得一个一般性的结论，在变中蕴含不变，在对立中蕴含统一，数学的深刻性不言而喻．日本数学家米山国藏说："数学充满着统一建设的精神，无论表面看起来多么的不同，同类问题都可用同样的方法处理．作为一个教师，应该采取这样一种态度，即抓住他所要教的内容的本质，把其精髓教给学生．"[9]

这里，无论是点的运动还是图形的变换，信息技术的运用并不复杂，却起到了画龙点睛的作用．实际教学中，很多教师并不是不会这"一点"技术，而更多的是缺乏数学的眼光．

3　数学史重在感悟数学思想方法

数学史的内容是数学课程的重要组成部分，通过对它们的学习，可以使学生了解数学发展过程中一些重要事件、重要人物和重要成果，了解数学产生与发展的过程，体会数学对人类文明发展的作用，提高学习数学的兴趣，加深对数学的理解，感受数学家严谨的态度和锲而不舍的探索精神[10]. 其教育价值毋庸置疑，如何在数学教学中开展数学史知识的教学，是近几年研究的热点问题.

在实际教学中，我们看到，教师尽管对数学史内容有了一些认识，但重视程度依然不够. 遇到这方面的内容，教师或者是让学生自己阅读，或只是随便讲讲故事，过于简单化. 数学史往往包含很重要的思想方法，如果就历史介绍历史，就会失去其生动性和深刻性[11]. 因此，当把信息技术运用于数学教学时，除了考虑让数学史知识鲜活起来，还要让学生感悟其背后隐藏的数学思想方法.

极限是数学中很重要的思想方法，我国古代数学在这方面已有很高的成就. 作为培养民族自豪感很好的素材，很多教师往往会从"一尺之棰，日取其半，万世不竭"(《庄子·天下篇》）说起. 还有教师也会提到数学家刘徽和他的"割圆术"（利用圆内接正多边形的周长去无限逼近圆周并以此求取圆周率的方法）. 也有教师给学生展现从网上搜集到的与这个问题相关的图形、图片. 这种教学，看似运用了信息技术，实则留给学生的只是表面印象，至于对"割圆术"真正蕴含的思想方法及其巨大的价值，并没有深刻的认识.

能不能运用信息技术，把"割圆术"包含的思想方法生动地展现在学生面前呢？"几何画板"可以把这一不断逼近的动态过程淋漓尽致地展现出来（如图 7)，整个过程形象生动、叹为观止. 通过演示，学生可以直观地看到，随着正多边形边数的增大，正多边形一步步地逼近了圆周，学生也真正体会到了"割之弥细，所失弥少. 割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣"（《九章算术注·方田》）的真正内涵. 除了动态演示，还可以利用"几何画板"的计算功能，启发学生求出 π 的值. 这样，学生对这段数学史的学习将不是停留在简单的对历史事实的了解，而是领会了其中丰富的思想方法.



图 7　割圆术示意图

在数学教材中，类似于这样的数学史内容不少，它们本身就是很好的探究学习素材. 在教学时，教师如果能结合教学内容并适当运用信息技术，就可以使学生在了解数学史的同时，感悟其中蕴含的数学思想方法.

4　数学美重在揭示丰富内涵

数学教学，除了向学生传授数学知识，还要向学生渗透数学美育. 数学美具有统一性、对称性、简洁性、奇异性等特征，它更多的是蕴藏在抽象的数学公式、符号、命题之中. 中学数学教学不能只满足于对数学美的论述，更重要的是如何在数学教学中展现数学美，使学生能够感受和欣赏数学美，把数学的美育功能真正落实在数学课堂上[12].

在实际教学中，有些教师也尝试对学生进行数学美的教育，但方法生硬、效果一般. 一位学生讲述了自己学习欧拉公式时的感受："老师很深情也很陶醉地对我们说：'$e^{ix}=\cos x+i\sin x$ 这个看似很简单的公式，却把实数域中看不出有任何联系的指数函数和三角函数在复数域中巧妙地联系在一起；当 x 取特殊值 π 时，就得到 $e^{i\pi}+1=0$，一个小小的等式，把数学中最富有特色的 5 个数 0，1，i，e，π 巧妙地联系在一起，太神奇了，这是多么的美啊！' 我们同学却都是笨木头，或者说只有功利心而没有发现美的闲情逸致，便嘿嘿嘿地应付一下老师，而老师继续陶醉在他发现的美中……"[13]

这位教师为了把这个被公认为最美的数学公式讲给学生，可谓是煞费苦心，而学生却反应平平. 数学美不是通过简单的说教就能传递的，如果学生没有对其中包含的深刻思想和丰富内涵产生强烈的共鸣，他们是无法体验到数学美的. 在教学中，让学生欣赏美是一个方面，在此基础上，揭示其丰富的内涵、探讨其中的数学规律是更重要的方面. 因此，在运用信息技术时，除了要让美观、和谐的图形生动起来，还要揭示其丰富的数学内涵，让学生在看到数学美的同时悟出数学的"真"，这样，学生对数学美的感受才不至于是空洞的.

"海岸线与分形"是新数学课程中一块选修内容，教学中可以充分结合信息技术，让学生动手操作，去获得美的体验. 同时，可以通过网络等呈现很多漂亮的分形图形，让学生展开丰富的想象，去作出自己想要的分形图形，使学生在审美的同时，感受创造所带来的愉悦.

下面是运用"几何画板"作出的两个著名分形图形：谢尔宾斯基衬垫（图 8）和雪花曲线（图 9）.

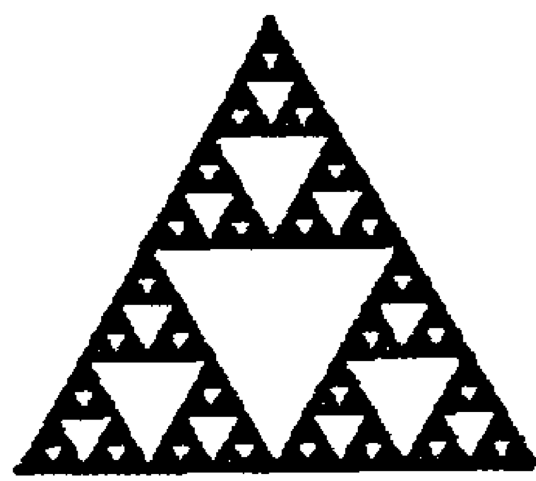


图 8　谢尔宾斯基衬垫

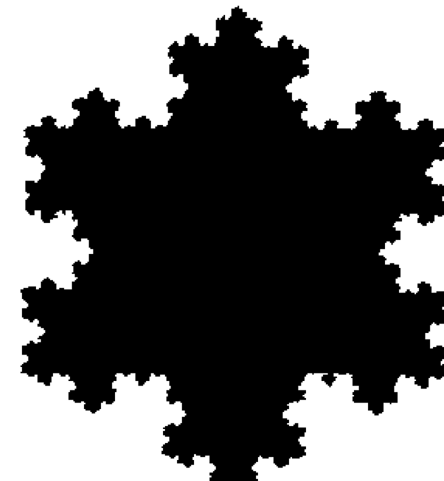


图 9　雪花曲线

这里的谢尔宾斯基衬垫是以三角形为基础作成的，可以启发学生把三角形改为其它图形，如正方形等，按照同样的原理去"创造"自己的衬垫. 除了作平面的图形外，还可以让学生的想象向空间发展，作出立体的谢尔宾斯基图形. 在欣赏这些美丽的图形之后，可以进一步研究它们的特征，并结合相关数学知识探讨面积、周长、体积等问题.

在信息技术的帮助下，学生不仅看到了数学外在的形式美，还感受到了内在的数学"真". 这样，数学美的教学才是饱满的、立体的. 它带来的不仅有视觉上的冲击和震撼，

还有在对美的体验之后，激发起来的创造欲和对数学之“真”探究的冲动．相信当学生面对自己创造出来的美丽图形和获得的美好的数学结果时，他们的内心一定是激动的．

[参考文献]

[1] 张定强．论信息技术与数学课程整合的基本理念[J]．中国电化教育，2005，(6)：59–62.
[2] 单墫．数学是思维的科学[J]．数学通报，2001，(6)：1–3.
[3] 周晶晶．对技术价值负载的伦理反思[J]．云南社会科学，2005，(3)：38–40.
[4] 涂荣豹．论数学教育研究的规范性[J]．数学教育学报，2003，12 (4)：2–5.
[5] 涂荣豹，王光明，宁连华．新编数学教学论[M]．上海：华东师范大学出版社，2006.
[6] 单墫．普通高中课程标准实验教科书·数学1（必修）[M]．南京：江苏教育出版社，2004.
[7] [苏]弗利德曼．中小学数学教学心理学[M]．陈心五译．北京：北京师范大学出版社，1987.
[8] 张维忠，汪晓勤．文化传统与数学教育现代化[M]．北京：北京大学出版社，2006.
[9] [日]米山国藏．数学的精神、思想和方法[M]．毛正中译．成都：四川教育出版社，1986.
[10] 中华人民共和国教育部．普通高中数学课程标准（实验）[M]．北京：人民教育出版社，2003.
[11] 王光明．数学教学效率论（理论篇）[M]．天津：新蕾出版社，2006.
[12] 张奠宙，木振武．数学美与课堂教学[J]．数学教育学报，2001，10 (4)：1–3.
[13] http://www.discuz.net/redirect.php?tid=542215&goto=lastpost [Z].

Thoughts about Applying Information Technology Effectively in Mathematics Teaching

WEN Jian-hong, TU Rong-bao

(Mathematics and Computer Science College, Nanjing Normal University, Jiangsu Nanjing 210097, China)

Abstract: Applying information technology effectively in mathematics teaching not only increased teaching lively but also focused on developing the students' mathematics thinking deeply. The paper discussed how to apply information technique effectively in mathematics teaching from setting up situation, solving problem, mathematics history and mathematics aesthetic, in order to promote students to understand the nature of mathematics, feel the mathematical thinking methods.

Key words: information technology; mathematics teaching; effective

[责任编校：陈汉君]

培养数学师范生的教学评价能力与案例的作用

祝宝满，廖云儿

（上饶师范学院 数学与计算机系，江西 上饶 334001）

摘要：数学教师专业课程改革实践说明，数学教学评价能力在数学师范生专业发展过程中发挥了重要的作用．范式案例、课堂教学录像案例、现场案例3种形式具有不同的特点，它们在培养师范生的教学评价能力中发挥着不同的作用．

关键词：教学评价能力；范式案例；课堂教学录像案例；现场案例

中图分类号：G420 **文献标识码**：A **文章编号**：1004-9894（2008）01-0095-04

我们这里所说的教学评价能力是指师范生正确评价中学教师，评价其他同学课堂教学水平和授课质量的能力．在原国家教委颁发的《高等师范院校学生的教师职业技能训练大纲》（试行）（以下简称“训练大纲”）中没有这一能力的要求，因而也就没有相应的训练途径和训练方法．在数学教师专业发展课程改革的实践中，我们逐步认识到教学评价能力对于师范生专业发展的重要性．

1 数学教学评价能力是师范生必备的基本能力

把教学评价能力作为师范生必备的一种基本能力，是基于以下几个方面的原因：

1.1 是师范生教师基本功训练的实践经验总结

对数学教育专业，乃至对整个师范教育来说，传统意义上教师职业技能的训练，主要是通过见习和实习这两个教育实践环节来进行的．实践证明，仅仅靠听几节课，实习时上十几节课是很难培养师范生扎实的教师基本功的．于是，我们开展了教育实习改革[1-2]和中学数学教材教法课改革[3-4]的实验研究．通过改革，总结出了中学数学教材教法课“讲、评、说、练”4字教学法[5]，并创设了“试教课”[6-7]这一培养师范生课堂教学能力的教师专业发展课程．无论是“讲、评、说、练”4字教学法，还是“试教课”，我们都把教学评价能力作为师范生的基本能力来培养．实践表明：随着师范生教学评价能力的提高，其课堂教学能力也在不断地得到提高．

1.2 教学评价能力的提高有助于提高师范生课堂教学能力

基本功训练是一种“有控制的实践系统”．理论指导、提供示范、教学设计、共同评价是任何一项基本功训练的程序．为了使受训者把握训练目标，在教学设计实践以前，教师要对受训者提供理论的指导并提供示范．在提供示范时，要求受训者必须结合测评指标对所提供的样板（或案例）进行评价．只有这样，才能使受训者较好地领会每项基本功训练的目的，为后面所进行的教学设计及实践起一个指导，控制作用．也就是说，作为师生共同评价这一实践环节虽然安排在受训者进行教学实践活动之后，但为了保证训练能达到预期目标，在理论指导与提供示范时就要同步进行教学评价能力的培养．这样，既提高了学生的评价能力，又可以培养和提高其它相应的教师基本功．尤其在试教课中，通过教学评价能够提高师范生的教材处理能力．

另外，由于师范生不了解中学教材的体系结构，更不可能从一个教师的角度去理解、把握中学教材的内容．但作为一个教师，如果对教材缺乏系统的了解，不清楚知识间的内在联系，不能揭示中学数学教材蕴含的数学思想方法，也就难以驾驭教材，教材处理能力也就得不到提高，显然是不可能组织好教学的．那么，如何利用在校的有限时间，使学生较全面地熟悉中学教材，提高教材处理能力呢？除了教学法课理论的传授和备课前要求学生结合大纲通读中学数学教材外，我们主要是通过加强试教中的评价训练来实现．

1.3 理论教学与实践教学通过评价达到统一

在教学评价中我们不仅要引导学生正确地评价受训者的外显基本功（仪表、眼神、表情、体态、手势、普通话、语速、语气声调、语流、粉笔字等）还要指导学生学会深入地评价受训者的内蕴能力（对教材的理解与处理方式、教学语言设计、板书设计、数学思想方法的渗透、教学原则运用等）．同样，教师的评价不仅要评受训者的长处和不足，而更重要的是要以受训者的实践活动为案例，说明相关教学行为的理论依据，揭示数学现象的本质，也就是要引导学生对相关的教学理论和教学行为进行深入的思考与理解，这样才会使理论与实践通过评价达到统一．

我们曾做过这样的试验，在讲概念之间的关系之前，安排学生讲授初中平面几何中关于“矩形的定义及矩形的性质”这一教学内容．某学生的教学过程如下：首先，在黑板上分别画出平行四边形和矩形这两个图形，引导学习者观察这两个图形的特征之后写出矩形的定义；然后分别证明了课本上所陈述的矩形性质定理1：矩形的4个角都是直角，以及矩形性质定理2：矩形的两条对角线相等，该生的这一教学过程仅用了约十五分钟时间．

收稿日期：2007-09-18
基金项目：江西省2002年教学改革项目——《中学数学教材教法》案例教学法的理论与实践研究
作者简介：祝宝满（1949—），男，江西上饶人，副教授，主要从事数学教育，数学哲学研究．

接着我们要求班上其他学生对该生的上述教学过程进行评价，在评价中学生提出了很多疑问．比如矩形就是小学阶段介绍过的长方形，为什么现在又把长方形叫矩形？在矩形定义未给出之前，教师根据什么在黑板上画出矩形？又如关于矩形的性质为什么教材中只陈述这两条性质定理呢？

在学生评价基础上，我们指出这些疑问正是教学中的难点，处理这些难点的前提必须从理论上去了解概念之间的关系．在讲完概念之间5种关系（同一关系、从属关系、交叉关系、矛盾关系、对立关系）之后学生们理解了长方形和矩形是属于同一关系的两个概念，长方形是相对于正方形而言，矩形是相对于平行四边形而言，一个图形运用了两个不同的名称，其目的是从不同角度去揭示图形的本质属性．而矩形与平行四边形是属于从属关系的两个概念，因此，矩形不仅具有平行四边形的所有性质，还具有自身所特有的性质．这就是教材中所陈述的两条性质定理．

在学生掌握了相关理论知识基础上，我们第二次要求学生重新设计这一教学内容，情形就大不一样了．比如关于矩形定义的教学，某学生自制了两个教具，一个是平行四边形的模型，另一个是测量工具——叫做“矩”．该学生的教学程序如下：

第一步：出示平行四边形模型，利用该教具的演示，使学习者明白了“当一个平行四边形有一个角为直角时，这个平行四边形就成了长方形”；

第二步：在黑板上写出长方形的定义，并要求学习者举出生活中有关长方形的实例；

第三步：从定义中可知长方形是一个特殊的平行四边形，它与平行四边形的本质区别在于有一个角为直角，为了突出这一本质区别，所以又把长方形叫作矩形；

第四步：出示第二个教具“矩”，向学习者说明这是一个测量一个角是否为直角的工具，通常称它为“矩”，矩形中的矩就是这个含义；

第五步：利用定义在黑板上画出一个矩形，利用该图形进行矩形两条性质定理的证明，做到一图多用．

学生对第二次教学设计的评价是很高的，在前后两次实践与评价中，深刻理解了理论的应用价值．

2 运用案例教学法培养教学评价能力

对师范生教学评价能力的培养，我们主要是运用案例教学法．通过对中学数学教师的课堂教学评价和对同学“试教”的评价，不仅使师范生掌握了如何从质和量的结合上去分析、评价一堂数学课，同时通过评价后的反思不断提高自己的课堂教学能力．

2.1 范式案例

范式案例，也称其为静态案例，也就是理查特在谈到师范教育的案例时所指出的教学案例，即“教学案例描述的是教学实践．它以丰富的叙述形式，向人们展示了一些包含有教师和学生的典型的行为、思想、感情在内的故事”[8]．运用范式案例培养师范生的教学评价能力，关键在于案例问题的设计．师范生了解和掌握如何评价一堂中学数学课是培养师范生教学评价能力的第一个目标．由于教学案例的信息非常丰富和复杂，所以为了达到这一目标，我们可以利用范式案例的典型性以及提出“案例问题”来将学生的注意力集中到需要评价的内容上来，通过教师评析使师范生了解和掌握评价标准．

案例：近年来，中国数学教育改革出现了大论战，对不同的教学方法和手段的改革，褒贬不一．下面是两个关于“量”的教学设计．

A教师在正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$的教学中，他是这样设计的：

任务：请同学们拿出三角板，量角器，随便画一个三角形，量出3边的长，3个角的大小，用计算器计算相关比值．

活动设计：把全班分成8个小组，进行分组测量，汇报结果，猜想结论．

B教师在相似比的教学中设计了这样一个情景：

问题：昨夜黑板上留下了巨人的手印，今晚还要来访．请你为巨人设计其使用的书籍，桌子和椅子的尺寸．

活动设计：（1）用自己的手和巨人的手相比；（2）确定“比值”；（3）量出自己的书、桌子、椅子的尺寸；（4）利用比例放大．

上述两个教学设计中都采用了“量”的方法，调动了学生的积极性．

案例问题：请阅读本案例后从数学方面和教育方面评价A、B两位教师的教学设计．

为什么要设计这样一个案例问题呢？这是目前我国数学教育中的现实问题，涉及到一个非常重要的数学教育观念问题．也就是要正确处理数学教育中“数学方面”和“教育方面”这一基本矛盾．一个好的教学设计，必须使数学教育的“数学方面”和“教育方面”达到统一，这是评价一堂好的数学课的评价标准之一．

评析：从数学方面看，A教师的教学设计不是数学思考，没有抓住数学的本质，有一种“去数学化”的倾向．正弦定理不是“量”出来的，量是作为合理性的一种说明．数学的结论是必须证明的．从教育方面看，A教师不讲证明，学生知其然不知其所以然，不能培养学生的逻辑思辩能力．尽管这一教学设计采用了合作学习，可能会提高学生学习兴趣，但是花费大量时间去量、去计算．正如张奠宙先生所说，“是败笔”．而B教师的教学设计，也用“量”，但他量得有价值，有意义．因为从教学方面讲，B教师的教学设计中同样能起到教育的作用，培养学生学习的兴趣．所以B教师的教学设计达到了数学方面与教育方面的统一．

2.2 课堂教学录像案例

与范式案例不同，课堂教学录像可以传递一位数学教师

在讲课过程中的表情、眼神、手势、体态、普通话、语速、语气声调、语流、粉笔字等这些外显能力. 在实践中，我们每年都要进行师范生的课堂教学比赛，从班赛、系赛、到院赛，我们把这些比赛中的课堂教学都分别摄录下来. 实习期间摄录实习学校优秀教师的课堂教学以及实习生的公开教学课. 这些课堂教学录像案例都成了"学科教学论"、"试教课"的优秀案例源. 学生可以在教学网上观看这些录像案例，并依照"教师教学基本功评价表"进行评价. 通过评价，使学生能够熟悉中学数学课堂教学的各基本环节，使学生对教师应该具备哪些课堂教学基本功有深刻的认识.

更为重要的是教师在课堂上播放这些录像案例，可以深刻地向学生讲解各教学基本功的含义，训练目标及要求等. 使学生在感性认识中去理解理论的价值.

比如板书是教师为了完成教学任务，配合口头讲授，而在黑板上运用文字、符号、图表等形式传递教学信息的行为方式. 教师可以播放录像案例中优秀的板书设计，通过讲解、评议，使学生了解板书的测评指标是：

（1）板书要规范（粉笔字书写要工整，绘图要清晰、正确）；

（2）板书要条理（做到提纲挈领、层次分明）；

（3）板书内容要合理（能突出重点，处理好难点，有利于教学目标的实现）；

（4）板书要美观（布局合理，做到局部与整体统一）.

此外通过观看一节课板书的形成过程，通过教师讲解、评议使学生了解在课堂教学中板书还要与口头讲解、教具演示等教学技能相辅相成，还要自如地处理好主体板书与辅助板书的关系. 这样通过录像案例的播放、讲解、评价，不仅使学生了解了板书的具体要求、常用形式，而且使学生从中体会板书的含义以及在课堂教学中的作用. 从而就会重视课前的板书设计以及课堂讲解中板书能力的形成与提高.

2.3 现场案例

范式案例和课堂教学录像案例都是经过精心编写和组织的规范的样板案例. 对其评价的目的是使学生掌握课堂教学的评价指标体系，懂得怎样去观摩、评价一堂数学课. 同时，也为学科教学论之后的学生"试教"提供一个可模仿的样板. 试教，即课堂模拟教学，是学生在教师指导下亲身参加的一种教学实践活动. 学生在试教的过程中，面对假设对象去完成课堂教学任务. 在试教中，授课者的教学实践实际上是为教师和全班同学提供了一个现实的教学案例，我们称之为"现场案例".

现场案例是从未上过讲台的师范生实习前的课堂模拟教学，呈现出来的是千姿百态的课堂教学，从中可暴露出很多意想不到的问题和缺陷，而这些问题和缺陷正是最值得评价的. 通过评价使学生在课堂教学中所暴露出来的问题和缺陷逐步地得到解决和改正. 比如在教学基本环节设计中，导入环节设计是学生薄弱的地方. 试教中，对诸多现场案例的评价之后，学生不仅掌握了导入常用的几种方式，而且在导入过程中能充分地考虑导入与提问、导入与板书的关系，同时还把握了如何在恰当的时候写出本节课的标题，使导入环节真正发挥其教学作用. 总之，对于一个现场案例的观摩、评价，其目的就是要引导学生对暴露出来的问题与缺陷能够正视它，并能掌握解决问题、克服缺陷的方法. 正如朱绍禹教授为作者的拙作所写的序言中指出的："有了试教课，师范生在教育实习中有可能或明显暴露出来的基本功方面的缺陷，就可指望提前得以避免和矫正."[9]

在各种课型中，概念课的设计与评价对师范生来说具有一定的难度. 这种情形下，教师就要选择某些典型的案例来安排学生试教、评价. 例如，在讲授高一教材"5.1 向量"这一节内容时，某学生几乎是将教材内容搬到黑板上，没有剖析概念之间的关系，没有注意板书设计的技巧. 因此虽进行了大量的板书，但还体现不出本节课的重点与难点. 而学生在评价中虽提出了授课者不足的地方，但提不出更好的教学思路与修改意见. 针对这一现场案例教师应该提出与案例教学相关的两个问题引导学生去思考、讨论再进行评价.

问题 1：本节课涉及到 8 个概念（向量，有向线段，模，零向量，单位向量，平行向量，相等向量，共线向量），如何剖析这 8 个概念之间的关系，从而确立本节课教学内容？

问题 2：本节课重点内容如何通过板书设计体现出来？

通过师生共同评价，最后达成这样的一个共识：将这 8 个概念放到两个教学内容中去讲解. 第一个教学内容是什么叫向量以及向量的表示法；第二个教学内容是向量之间的关系. 在讲述向量表示法时引出了"有向线段"，又从有向线段的长度引出了"向量的模"，而根据模为 0 或 1 引出了两个特殊向量，这就是零向量和单位向量. 而在向量关系中，引出了"平行向量"、"相等向量"以及"共线向量".

上述教学内容的板书设计分别在第一版与第二版，具体如下：

一、向量（既有大小又有方向的量）

　1. 向量表示法

　　（1）几何表示法：有向线段（三要素）.

　　（2）字母表示法：

　　　①大写字母，如 $\overrightarrow{AB}$，

　　　②小写字母，如 $\vec{a}$，$\vec{b}$.

　向量模：有向线段长度，记为 $|\overrightarrow{AB}|$ 或 $|\vec{a}|$.

　2. 特殊向量：

　　① 零向量 $\vec{0}$：$|\vec{0}|=0$；

　　② 单位向量：$|\vec{a}|=1$.

二、向量之间的关系

1．平行向量：$\vec{a}//\vec{b}$．

方向相同或相反的向量．

说明：（1）规定：$\vec{0}//\vec{a}$；

（2）平行向量也叫做共线向量．

2．相等向量：$\vec{a}=\vec{b}$．

长度相等且方向相同的向量．

说明：$\vec{0}=\vec{0}$．

第三版是讲解相关概念，如向量、平行向量、相等向量、共线向量等所用的图形，利用图形的直观性帮助学习者理解抽象的概念，要求学习者掌握这8个概念之外，还要熟练掌握两个基本技能．一是能用恰当的方法来表示已知的向量，二是会找出已知向量的相等或共线向量．

通过对上述两个问题的讨论与评价，使得这一节课的板书设计充分体现了本节课的重点教学内容，而且直观地揭示了8个概念之间的关系．

[参 考 文 献]

[1] 廖云儿，祝宝满．教育实习改革的理论思考[J]．上饶师专学报，1992，（1）：22.

[2] 祝宝满．加强实践环节，提高师范生的教师基本功[J]．高等师范教育研究，1993，（2）：12.

[3] 廖云儿，祝宝满．教材教法课与教师基本功培养[J]．中国高校科学，1997，（3）：34.

[4] 祝宝满．教师基本功训练的理论与实践思考[A]．面向21世纪师专教育质量和办学效益研究[C]．哈尔滨：黑龙江人民出版社，1997.

[5] 廖云儿，祝宝满．数学教材教法“四字”教学法[J]．上饶师专学报，1997，（6）：18.

[6] 廖云儿，祝宝满．加强试教指导，培养教师基本功——教学改革实验报告[J]．上饶师专学报，1993，（5）：23.

[7] 廖云儿，祝宝满．试教课探微[A]．面向21世纪师专教育改革和发展研究[C]．北京：高等教育出版社，1998.

[8] 郑金州．案例教学指南[M]．上海：华东师范大学出版社，2000.

[9] 祝宝满，廖云儿，刘孝学．教师基本功训练实施方案[M]．长春：吉林大学出版社，1997.

Training on Teaching Evaluation Abilities of Normal-university Students and the Role of Cases

ZHU Bao-man, LIAO Yun-er

(Mathematics Department of Shangrao Normal College, Jiangxi Shangrao 334100, China)

Abstract: Reformation practice of mathematics teacher profession curriculums showed that teaching evaluation abilities plaid important roles in normal-school students' profession development. Paradigm cases, classroom teaching video cases, scene cases had different characteristics and had effects on training of teaching evaluation abilities of normal school students.

Key words: teaching evaluation abilities; paradigm cases; classroom teaching cases; scene cases

[责任编校：周学智]

关于信息与计算科学专业学科体系改革的探讨

葛仁东，孙雪莲，刘　满

（大连民族学院，辽宁 大连　116600）

摘要：信息与计算科学专业是理论基础与实际应用相结合的交叉专业，在数学教育中具有显著的特色．大连民族学院在该专业中注重：学科的涵盖体现前沿性、实用性和交叉性；课程设置体现分层次结构立体化；学科制定了体现“民委”的重点学科建设和沿海地区经济的发展；专业体现民族教育的特色．

关键词：信息与计算科学；课程体系；培养模式；多媒体教学

中图分类号：G434　**文献标识码：**A　**文章编号：**1004-9894（2008）01-0099-04

1　引　　言

自 2003 年起，国家教育改革指导委员会已将“信息与计算科学教学内容与课程体系的创新与实践”作为了国家“十五”重点课题“21 世纪高等学校的教学内容与课程体系的创新与实践”的子项目立项研究．并于 2003 年 8 月在“大学数学”杂志上全文发表了“调查报告”以及“专业规范”．报告指出“信息与计算科学，就其范畴与研究内容而言，是数学、计算机科学、信息工程等学科的交叉，远超出数学学科的范围．作为数学学科下的一个理科专业，信息与计算科学专业应该主要研究‘信息技术的核心基础与运用现代计算工具高效求解科学与工程问题的数学理论与方法’（或简称研究定向于信息技术、计算技术的数学基础）．这样的专业定位明显地与计算机科学与信息工程是有区别的．”该报告认为：“信息与计算科学专业宜以信息科学与科学计算（计算数学）为核心方向．”它把信息科学和信息技术区别开来，认为信息科学是有关信息技术核心基础的科学，即有关信息获取、信息传输、信息处理与信息控制的基础科学[1~2]．从而“信息处理（包括图像压缩、信号分析等）、信息编码与信息安全（编码理论等）、计算智能（人工智能、模式识别等）与自动控制等都构成信息科学的核心方向”[3]．

2003 年，大连民族学院的信息与计算科学专业由计算机系转至理学院（时称数理系），理学院完全按照“调查报告”关于该专业的定位、办学指导思想修订了 2003 级的教学计划．在认真研究国家教育部关于信息与计算科学专业的指导，调研兄弟院校办专业情况的基础上，在 2005 年我院又对该专业的教学计划做了重大的调整．

2　学科的涵盖体现前沿性和实用性及交叉性

由于我们一直以培养应用技术型人才和复合创新型人才为主，根据本校情况和大连市的区域经济发展情况选择对学生的培养模式，故而专业课程主要是以体现前沿的信息科学为主，以计算数学和运筹与控制及计算机素质教育为辅．在实践性方面，我们对课程有针对性地开展计算机编程训练、科学计算训练与信息工程应用训练．

本专业的相关学科是数学与应用数学、计算机科学与技术和概率统计等学科．其中数学与应用数学学科的影响最大，主要体现在本专业教育的前两年里，其基础课基本完全和数学与应用数学专业相同，且构成专业后两年教育的核心基础．由于近代科学面向的多数是随机问题（尤其是信息科学中的问题），所以概率论与数理统计也是本专业的重要基础．计算机科学与技术是本专业联系最为紧密的学科，其相关的理论与方法构成了本专业人才的重要技术基础．

3　课程设置体现分层次结构立体化

4 年以来，我们一直遵循“强基础、宽口径、重实际、有侧重、创特色”的办学指导思想[4]．我们按照课程设置分层次结构立体化思路贯彻这一指导思想．

对于“强基础”，体现在基础课平台和专业理论课平台上．我们强调信息与计算科学专业学生的数学基础决不可以削弱，这既是本专业学生区别于计算机、信息工程等专业学生的主要特征，也是本专业学生受市场欢迎的主要原因．同时我们在公共基础课平台上，安排计算机基础和高级程序设计课程，使学生及早受到计算机基本技能的训练．

在基础课平台上，我们的做法是：“数学分析”课程分 3 个学期开设，每学期 96 学时；“高等代数”分两个学期，每学期 80 学时；“解析几何”，“概率论与数理统计”与“常微分方程”，“C-语言程序设计”也做了学时和教学内容上的调整．在这一阶段，我们开设了许多有特色的选修课，既有强化学生数学知识的课程，又有信息理论的新知识；为了体现多元化的教育思想．“强基础”同样也体现在专业理论课平台上．我们的做法是以“信息科学原理”，“数据结构”，“离散数学”，“数值分析”，“数学建模”建设做龙头，使课程体系更好地支撑专业教学．

“宽口径”是适应当前本科进行“通才教育”的办学理念．主要体现在专业方向课的平台上．按照拓宽基础、淡化专业意识、加强素质教育和创新能力培养的思路设计教学计划，改变长期以来注重专业需要和偏重知识传授的作法，综

收稿日期：2007-09-22
作者简介：葛仁东（1958—），男，辽宁锦州人，教授，博士，主要从事数学教育、运筹与优化研究．

合考虑调整学生的知识、能力、素质结构. 对信息与计算科学专业，我们首先关注的是避免这个专业过度专门化. 这方面我们的做法归为两点：

(1) 设置了3个专业方向：信息技术方向、科学计算方向、图形图像技术方向，这3个方向没有明确的界限，只是专业上有所偏重. 方向之间相互关联，突出重点，使学生学有所长，且知识面广. 每个专业方向的限选课只有16个学分，全是该方向的基础专业课. 3个方向的支撑课可由任选课确定，这一点完全考虑到了学生的个性发展.

(2) 加大方向选修课的力度. 专业选修课有21个学分. 完全是根据该学科的发展、从实际情况出发制定的.

4 学科制定了体现“民委”的重点学科建设和沿海地区经济的发展

重实际一般有两层含义：一是信息与计算科学本身是实践性极强的学科，在学科发展、专业建设、教学环节中都应该紧密联系信息技术与计算技术的实际(特别是学科最新发展与高新科技的实际)[5]. 大连民族学院的信息科学是国家民委的重点学科，在计算机学院设有研究中心，几年来有了许多重要的成果，受到国家和民委的多次奖励. 这对我们学科的发展起着重要的作用. 二是在确定专业方向上，各学校应紧紧结合本校的实际，努力使之与所在学校的定位相适应、与本校教师的特长与发展目标相适应、与所在地区经济发展对人才的需求相适应. 我们在调研其它院校经验的基础上，根据民族院校的特点，在专业方向选择与课程开设上力戒大众化、“四不像”式的人才培养模式. 侧重于信息与计算科学的某一或某些方向组织教学. 由于大连地区的软件业发展比较快，网络型软件占有相当的比重，所以我们组织教学网络数据库相关的信息科学基础放在一定的地位上[6].

大连地区的软件业80%是对日“外包”，这种现象还将持续很长的时期. 这些企业要求的学历是大学. 作为这个地区重点大学的大连理工大学，他们的学生绝大部分都考取了研究生，这就给我们进入大连IT产业创造了有利的环境. 此外，我们这个专业比计算机专业的优势就在于我们的学生数学基础好，很容易进到管理层. 因而，我们应当把握这个机遇，适应这一形式的发展，发挥自己的优势，办出自己的特色.

我们强调的信息专业为主，计算科学为辅的原则正是根据上述特点决定的.

5 专业体现民族教育的特色

我们是一所民族院校，我们所办的专业也要体现民族教育特色，不然的话，就有可能失去我们在就业市场上的竞争力. 3年来的办学经验，我们认为这个专业的特色主要应当体现在实践教学和多元化培养方面.

(1) 3层次实践教学模式.

① 以“数学实验”课的实验内容启发学生的数学思维兴趣，加深对数学原理和数学方法的掌握，此为第一层次.

② 利用“数学建模”课的实验内容使学生树立起“数学有用”的观念，培养独立思考和创新意识，此为第二层次.

③ 以专业课的实验内容为基础，以课程设计为载体，并逐步与企业的实际项目相结合，全天候培养学生的创新实践能力，此为第三层次.

几年来，由于扩大了招生规模，并且我院的学生65%都是来自少数民族地区，学生的文化素质，乃至整体素质比其它一般学院的学生偏低，数学基础薄弱，因此，在大学期间，虽然加大了基础课的教学力度，但大部分学生的抽象数学思维能力，运用数学知识解决实际问题的能力还是不尽人意. 但是，我们相当一部分学生的对计算机比较偏爱，动手能力很强，因此，对大部分专业课，增大课时内实验课学时，利用“数学实验课”和计算机作为启发式教学的手段是非常必要的，这也是我们区别于其它院校的一个特点. 为了实现这一目标及提高学生的程序设计能力，我们建立了开放型实验室；从二年级开始，我们开设“数学建模”课程，引入了案例教学方式，通过对具体建模案例的介绍与研究，通过对具体问题的分析和解决，丰富了教学内容，激发学生学习数学建模的兴趣，培养了学生自主探索、自主学习的能力. 为了提高学生获得信息的手段，使学生有机会接触各学科发展前沿，了解科技发展的趋势，掌握未来变化的规律. 我们开展了一些相应的项目. 比如，鼓励学生参加“太阳鸟”创新计划、给有项目的教师当科研助手、广泛开展院数学建模竞赛，参加全国和全美大学生数学竞赛，培养学生的创新意识. 这样做的目的是突出创新能力的培养和学生个性发展，爱护和培养学生的好奇心、求知欲，帮助学生自主学习，独立思考，保护学生的探索精神，创新思维，营造崇尚真知，追求真理的氛围，为学生的禀赋和潜能的充分开发创造一种宽松的环境.

(2) 实践教学的两个面向. 社会需求是导向，培养模式是核心. 教学型或教学研究型大学，在构建各自的人才培养模式时必须适应市场需求，以市场需求为导向. 教学型高校作为我国高等教育的主力，量大面广、层次多、类型多，是培养应用型高级人才的主要力量. 这也是我院信息与计算科学专业必须考虑的. 2005年，我们就开始探索与企业、科研院所进行合作教育的途径，逐步与大连海辉集团、大连海维多媒体软件公司、大连奥远电子等企业协作，建立校外学生实践基地，企业承担学生生产实习、课程设计、毕业实习与毕业设计等实践性教学任务，并且我院设立奖教与奖学基金；学院可以承担企业的科研课题、为企业培养人才，优先为企业分配毕业生. 通过这种协作，一方面为学生成才提供了良好的实践机会和实践条件，达到了培养学生能力的目的；另一方面为企业成长储备了人才，创新了技术，真正实现了学校与企业的双赢.

(3) 重学生的个性，多元化培养学生. 我们在制定教学

计划时，尊重学生的个性，承认学生兴趣和性格的多样化，进行了多目标的培养．教育工作应该从单纯的教育、管理向引导、咨询、服务转变，从垂直、直线的管理体制向复杂的网络化方向发展．要加强校园文化建设，精心设计，着力构建一种适合大学生成才的校园文化环境和学术氛围．充分调动学生的参与意识与积极性、主动性，勇于开拓．针对学生的求新、求异心理，发展每个学生的特长．通过组织分级教学和开展各种社团活动，提高学生的认同感、归属感．这有利于在整体环境熏陶下，让个性健康发展，使学生在活动中长见识、增才干，培养创新精神．学校要在改革课程体系和内容，改进教学方法的同时，高度重视学生的课外活动，并将其纳入学校素质教育的大系统之中．

打破专业界限，实行跨专业选修．通过增加选修课比重，允许学生跨专业选修课程，使学生依托一个专业方向，着眼于综合性较强的跨专业训练．这不仅可以优化学生的知识结构，为在某个专业方向深造做好准备，同时有利于发展学生的特殊兴趣，使之能学有所长，以提高创新的积极性．2003 级两个专业 4 个班的学生中 60%的学生是通过其它专业调剂过来的，我们的这项措施提高了他们的学习主动性．

6　关于教材建设问题

目前，我们这个专业选用的专业基础教材或是 21 世纪的教材或是其它名牌大学、著名学者编写的再版教材．诚然，这些教材都是高质量、高水准的，但是这样的教材并不完全适合我们民族院校的学生．我们在讲授过程中不得不删去大量的、不必要的内容，破坏了教材的科学性和系统性．我们认为，当前最紧迫的是需要组织力量，尽快编写适合我院信息与计算科学专业的基础课教材．特别地，我们建议与其它民族院校合作，着手编写供普通高等院校信息与计算科学专业使用的信息科学方向系列教材．这方面的工作由于资金问题和 2007 年的评估工作未能够开展起来，我们将在 2007 年下学年开展这项工作．

我们明确的课程改革的主要指导思想应是：为适应高等教育从精英教育到大众教育的过渡，针对我院校的教学实际情况，选择适当的、关键的几门课作为突破口．首先将“数学分析”课程的建设提到首位，并把该门课建成了全校的优秀课．目前已经开始了该门课程的校精品课建设．根据民族地区学生数学基础薄弱的特点，我们在内容安排上适当将数学实验，数学建模的思想与方法渗透到课程教学中去，重视数学知识的启迪和应用；而后，我们又完成了“数值分析”和“数学建模”这两门重点专业基础课的院重点课建设．另外，在数学实验课程建设方面，我们提出了切实可行的数学实验课程模式，编写相关的教材，制作了电子教案，同时安排定期培训实验课教师，使数学实验成为我们的特色课．

本着多元化培养的原则，我们鼓励教师开设新课程．教师开设新课，必须先给课程教学研究小组提交教学大纲、教案、教材等教学文件，经系主任同意、学院教学工作委员会审定后开设．首次授课课程，课时数由学院根据实际情况加权计算．两年后，讲师以上教师必须做到“一人两课”，各专业核心课程已经实现“一课两人”．

鼓励教师使用英汉双语教学．数学、计算机、信息与计算科学等类专业必须有一门课程选用优秀原版外语教材并使用双语授课．对选用外文原版优秀教材使用双语授课及选用外文原版优秀教材使用汉语授课的教师，学院根据教学实际制定课时加权办法予以鼓励．

由于我们还没有能力和资金组织编写新的专业教材，所以选择合适的教材，优化现有教材的教学内容成为短期内教学改革的重要工作．这一工作首先表现在修订更新课程教学大纲工作上．各课程教学科研小组组长负责各小组课程教学大纲的修订更新，并协助各系、中心主任完成各专业课程教学大纲的制定和完善．彻底剔除过时的、不适应社会发展需要的内容，应用最新的教学研究成果，对课程和教学内容进行优化整合、充实提高，体现基础性和应用性，反映科学技术和社会发展的最新内容，使教学内容更有利于学生知识、能力、素质的全面提高．

改进课堂教学方法和教学手段．采取灵活多样的教学方法，倡导以学生自主学习为主的研究型学习方式．积极推进现代教育技术手段的使用，45 岁以下中青年教师要求掌握并熟练使用现代教育技术手段．近三年内，在信息与计算科学的许多基础课和 50%的专业课程实现了使用多媒体授课，各专业每学期要新增一门主要专业课程使用多媒体教学，保证使用多媒体授课的课时比例达到 50%以上．同时改进教学方式和教学评价制度．积极实行启发式和讨论式教学，激发学生独立思考和创新的意识．特别要转变由教师单向传授知识，以考试分数作为衡量教育成果的唯一标准，以及过于划一呆板的教育教学制度．

7　课堂教学方法与教学手段改革

采用以启发式教学为主体的教学方法，并且倡导以“学生自主学习为主”的研究型学习方式．鉴于本专业课程的特点及在现代教学教育中的重要地位，结合我校实际情况，联系 21 世纪科学技术发展对人才素质和能力的高要求，我们在教学方法、教学手段等方面进行了大胆的尝试和改革．

(1) 在教学中，改变过去传统教学方式单一性，强化“启发式”教学方法的实施．适当减少了课堂教学时间，增加课堂交流的时间，给学生留下自己独立思考的余地．部分教学内容采用课堂讨论的形式，让学生通过分析，讨论来寻找解决问题的方法．鼓励学生大胆发表不同的见解，激发学生的创新意识，培养学生的创新精神和创新能力．

(2) 采用导学与自学式教学，培养学生归纳、总结的能力，提高学生的数学素质．在整个教学中，体现现代教学理念，转变传统教学观念，改变角色，鼓励学生提出问题，教师宏观把握，帮助学生进行细致及微观分析，培养学生解决问题的能力．

(3) 引入了案例教学方式，比如“数学家建模”和“数学实验”，通过对具体建模案例的介绍与研究，通过对具体问题的分析和解决，丰富了教学内容，激发学生学习数学的兴趣，培养了学生自主探索、自主学习的能力.

(4) 在讲解数学建模的基础知识外，根据近几年建模竞赛赛题的特点，通过专题讲座的形式，我们还补充了部分内容，如：图论知识、微分方程、多元统计分析等内容，开阔学生视野，增强学生对科学研究的兴趣．努力培养学生具有宽口径、厚基础、适应能力强等特点.

(5) 通过大作业形式增强学生学习的主动性．由于专业课程具有知识更新快、信息量大、涉及的专业知识多的特点，需要更新教学手段．因此引入了多媒体教学手段，使得许多教学内容更具有趣味性，许多难以理解的东西更直观，同时让学生接受更多的新知识．借鉴当前最先进的教学软件，并根据大连民族学院学生的特点，对其进行了改进与完善．建立交互性强的数学建模网站，在网站发表建模问题，回答学生提出的问题，接受学生对建模问题的答案，可以进行在线答疑，在线交流，在线自学，具有较强的可操作性.

改进课堂教学方法和教学手段.采取灵活多样的教学方法积极推进现代教育技术手段的使用，45 岁以下中青年教师必须掌握并熟练使用现代教育技术手段．近三年内，信息与计算科学专业主要课程基本实现使用多媒体授课，各专业每学期要新增一门主要专业课程使用多媒体教学，保证各专业使用多媒体授课的课时比例达到50%以上.凡是首次采用多媒体课件等手段教学，课时数由学院根据实际加权计算．积极实行“启发式”和“讨论式”教学，激发学生独立思考和创新的意识．特别要转变由教师单向传授知识，以考试分数作为衡量教育成果的唯一标准，以及过于划一呆板的教育教学制度.

此外，我们已经建立了“数学分析”学习网站，通过该网站我们可以了解该门课程的建设.我们除了利用学校花巨资引进的 BLACK 平台外，又引进和自己动手制作了一些包括“数学实验”，“数学建模”，“数据库结构”，“数据挖掘”等教学软件．综合利用了目前国际上著名的3大教学软件：Mathematica、Mapple 及 Matlab，现在已将上述网络资源及本课程的教学大纲、教案、课堂教学部分录像上网．由于学校具有较好的硬件环境，按照开放性的要求，正在抓紧网络建设和深化，更好地为校内外服务.这些网上资源运行可靠，利用率教好，学生和教师能交流，收到了良好的教学效果.起到了示范性的建设.

[参 考 文 献]

[1] 谢永钦，秦桂香，鲁大庆，等．信息与计算科学专业课程体系的改革[J]．数学理论与应用，2003，23（4)：9–11.

[2] 何伟．关于办好信息与计算科学专业的思考[J]．民族教育研究，2003，6（14)：84–88.

[3] 吴爱弟，何文章，赵小山．信息与计算科学专业的人才培养模式初探[J]．现代技能开发，2003，(5)：77.

[4] 茹少峰，康宝生，邢志栋，等．调整课程体系 拓宽专业口径 培养合格人才——信息与计算科学专业的建设与改革[J]．高等理科教育，2002，(5)：50–53.

[5] 丁睿，蒋美群．关于信息与计算科学专业课程设置的一些想法[J]．高等理科教育，2003，(4)：78–80.

[6] 龚日朝．“以特色取胜”建设信息与计算科学专业的新型思路与实践[J]．大学数学，2004，20（3)：12–15.

Reform of Information and Computing Science Major Organization

GE Ren-dong, SUN Xue-lian, LIU Man

(School of Science, Dalian Nationalities University, Liaoning Dalian 116600, China)

Abstract: In this paper, we mainly researched the contents and organization of the information and computing science major base on the author's practice. At the same time, how to reveal the training direction, course setting and the feather of the major were discussed.

Key words: information and computing science; course organization; training model; multimedia teaching

[责任编校：周学智]